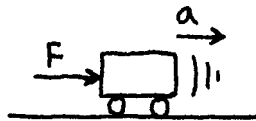


Trabajo y energía

Trabajo de una fuerza.

Una manera de entender qué es una fuerza es pensar en una cañita voladora. Lo que quiero decir es:



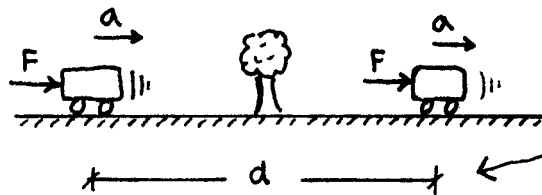
← La mejor manera de entender este dibujo...



← ... es pensarlo así.

O sea, como si fuera una especie de carrito a chorro o algo por el estilo. El considerar que la fuerza F está generada por la acción de la cañita voladora hace que el asunto se entienda mejor.

Ahora, con esta idea en la cabeza, quiero que te imagines que bajo la acción de esta fuerza el cochecito recorre una distancia d .



Esta es la distancia recorrida por la acción de la fuerza.

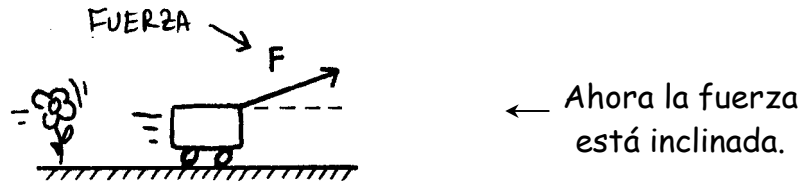
Durante todo el trayecto F se mantiene constante y el carrito va acelerando. El trabajo que realizó la fuerza F al moverse la distancia d se calcula haciendo la cuenta $F \cdot d$. (Esto es una definición)

Al trabajo realizado por una fuerza se lo suele poner con la letra L . (De Laborum). Me queda.

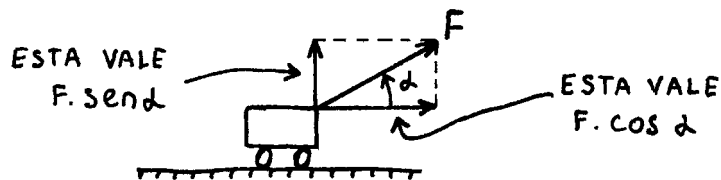
$$L = F \cdot d$$

← Trabajo de la fuerza F .

Esto vale cuando la fuerza se mueve en la misma dirección del desplazamiento. Pero podría pasar que la fuerza esté inclinada con respecto a la distancia d . Fíjate:



Lo que hago en este caso es descomponer a F en dos direcciones: una así \rightarrow , y otra así \uparrow . Veamos. Si F forma un ángulo α con la distancia d tengo:



La fuerza así \uparrow NO realiza trabajo. El cuerpo no se mueve en la dirección vertical. (No se levanta del piso).

La componente que va así \rightarrow SÍ hace trabajo, porque recorre la distancia d . Como esta componente vale $F \cdot \cos \alpha$, el trabajo que realiza vale:

$$L = \underbrace{F \cdot \cos \alpha}_{F \text{ horizontal}} \cdot d$$

O, lo que es lo mismo:

$$L = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

Fuerza aplicada al cuerpo.
Distancia recorrida
Ángulo entre F y d .

← Trabajo de una fuerza.

Atento. Esta es la hiper-archifamosa expresión que da el trabajo realizado por una fuerza efe. En esta fórmula F es la fuerza que actúa, d es la distancia que recorre y alfa (MUY IMPORTANTE) es el ángulo formado por la fuerza y la distancia d .

Ahora, fijate esto. La distancia d da la dirección de desplazamiento. Quiero decir, d apunta para donde se está moviendo el cuerpo. Dicho de otra manera, la distancia d es un vector. Este vector d siempre apunta para el lado donde va la velocidad. Entonces, aprendete esta conclusión muy importante:

EL ANGULO ALFA QUE VA EN LA FORMULA
 $L = F \cdot d \cdot \cos \alpha$ ES EL ANGULO FORMADO
 ENTRE LA FUERZA Y LA DISTANCIA d .
 ESTO ES LO MISMO QUE DECIR QUE ALFA
 ES EL ANGULO FORMADO ENTRE LA FUERZA
 Y LA VELOCIDAD QUE TIENE EL CUERPO.

← VER

¿ EN QUÉ SE MIDE EL TRABAJO DE UNA FUERZA ?

El trabajo es F por d , de manera que se medirá en unidades de Fuerza por unidades de distancia.

La fuerza la pongo siempre en Kilogramos fuerza o en Newton. La distancia la puedo poner en metros. Así que las unidades de trabajo que más se usan son:

$$[L] = \text{Kgf} \cdot \text{m} \quad \leftarrow \text{Kilográmetro.}$$

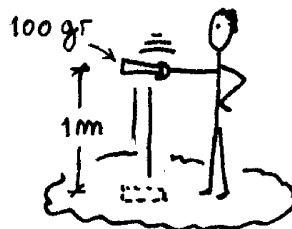
$$[L] = \text{N} \cdot \text{m} \quad \leftarrow \text{Joule.}$$

Como 1 Kilogramo fuerza son 9,8 Newton, 1 Kilográmetro equivaldrá a 9,8 Joule.

¿ Qué tan grande es un trabajo de 1 joule en la realidad real ?

Bueno, 1 Joule es el trabajo que realiza una fuerza de 1 Newton cuando se desplaza 1 metro. Como 1 N son más o menos 0,1 kilogramos fuerza, si vos tenés algo que pese 100 gramos y lo elevás a 1 m de altura, el L que realizaste vale 1 Joule.

En la práctica al levantar una calculadora a una altura de 1 metro, estás haciendo un trabajo aproximado de 1 Joule.



← 1 JOULE

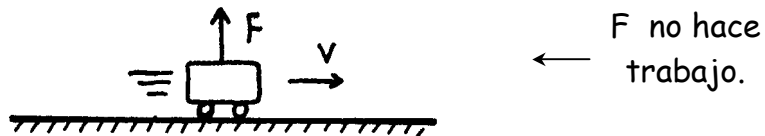
ALGUNAS ACLARACIONES (Ver!)

La fuerza es un vector, sin embargo el trabajo no es un vector. No tiene dirección, sentido, módulo ni nada de eso. No puedo explicarte por qué esto es así.

Por ahora solamente tomalo como que es así.

Sólo puede haber L cuando una fuerza se mueve. Una fuerza quieta no puede realizar trabajo.

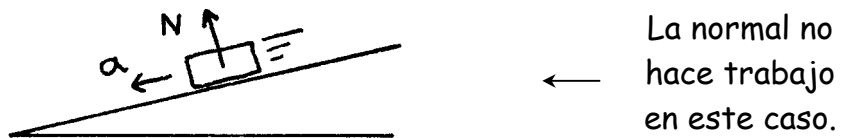
Hay fuerzas que no realizan trabajo aún cuando se estén moviendo. Es el caso de las fuerzas que se trasladan en forma perpendicular a la trayectoria.



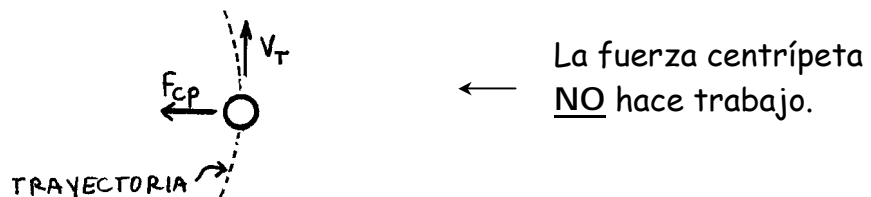
Esto puedo entenderlo viendo que en realidad, F no se está moviendo en la dirección vertical. No hay distancia recorrida en esa dirección (\Rightarrow no hay L).

Visto de otra forma, puedo decir que el ángulo que forma F con d vale 90° ($F_{\perp 90^\circ}$) y coseno de 90° es cero, así que $F \cdot d \cdot \cos 90^\circ$ me da cero.

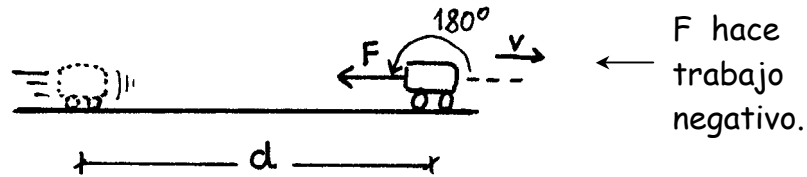
Para un cuerpo que cae por un plano inclinado, la normal es \perp a la trayectoria, así que tampoco hace trabajo.



Este mismo asunto pasa con la fuerza centrípeta en el movimiento circular. F_{cp} es todo el tiempo \perp a la trayectoria y no hace trabajo.



Una fuerza puede realizar trabajo negativo. Esto pasa cuando el cuerpo va para allá \rightarrow , y la fuerza va para allá \leftarrow . (Es decir, la fuerza va al revés del desplazamiento).



Esto se puede entender viendo que el ángulo que forma la fuerza es en realidad 180° . Coseno de 180° es -1 , \Rightarrow el producto $F \cdot d \cdot \underbrace{\cos 180^\circ}_{-1}$ da con signo \ominus .

Ahora, pensemos un poco. ¿ Que fuerza suele ir al revés de la velocidad ?.

Rta: El rozamiento. Generalmente F_{roz} apunta al revés de como se está moviendo el cuerpo. Por eso, casi siempre el trabajo de la F_{roz} es negativo.



Ultima aclaración: La palabra trabajo, en física, no se usa con el mismo sentido que se usa en la vida diaria.

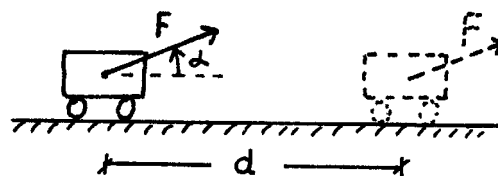
Uno puede decir: "Uf !. ¡ Resolver este problema me costó un trabajo terrible !.

Nada que ver: acá no hay una fuerza F que recorrió una distancia d ...

Ejemplo

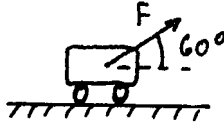
PARA LOS DISTINTOS VALORES DEL ANGULO ALFA, CALCULAR EL TRABAJO DE LA FUERZA F AL RECORRER LA DISTANCIA d . EN TODOS LOS CASOS $F = 10 \text{ N}$ Y $d = 10 \text{ m}$.

a) $\alpha = 60^\circ$, b) $\alpha = 60^\circ$ hacia abajo, c) $\alpha = 90^\circ$, d) $\alpha = 180^\circ$.



Lo que hago es aplicar la definición de trabajo de una fuerza en cada uno de los casos. Tengo:

Caso a) - Alfa = 60°



$$L = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow L = 10 \text{ N} \cdot 10 \text{ m} \cdot \underbrace{\cos 60}_{0,5} = 50 \text{ Joule}$$

Caso b). Alfa = 60° con la fuerza apuntando para abajo :



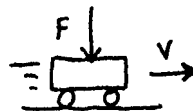
El ángulo α es siempre el que forma la fuerza F con la distancia d . (En este caso es 60°). Entonces:

$$L = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow L = 10 \text{ N} \cdot 10 \text{ m} \cdot \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow L = 50 \text{ Joule}$$

Caso c) Fuerza formando 90°



$$L = F \cdot d \cdot \underbrace{\cos 90^\circ}_0$$

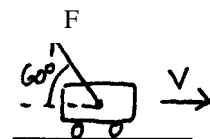
$$\Rightarrow L = 0$$

Caso d) $\alpha = 180^\circ$

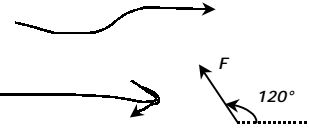


$$L = 10 \text{ N} \cdot 10 \text{ m} \cdot \underbrace{\cos 180^\circ}_{-1}$$

$$\Rightarrow L = -100 \text{ Joule}$$



Inventemos un caso más. Pongamos ahora la Fuerza apuntando de la siguiente manera:
El ángulo que forma la fuerza F es de 120°



$$L = 10\text{ N} \cdot 10\text{ m} \cdot \underbrace{\cos(120^\circ)}_{0,5}$$

$$\Rightarrow L = -50 \text{ Joule}$$

Otra manera de hacer este ejemplo es tomar el ángulo de 60° que la fuerza forma con la distancia pero poniéndole a todo signo \ominus . Le pongo de entrada el signo menos porque veo que la fuerza está frenando al cuerpo.

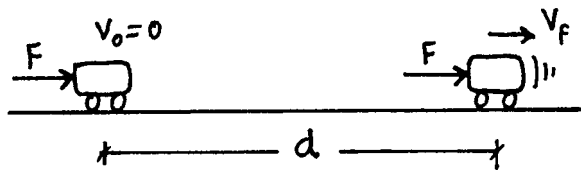
$$L = - (10\text{ N} \cdot 10\text{ m} \cdot \underbrace{\cos(60^\circ)}_{0,5})$$

$$L = -50 \text{ Joule} \quad (\text{Dio lo mismo}).$$

ENERGÍA CINÉTICA

Las cosas que se mueven tienen energía cinética.

¿Qué quiere decir esto? Quiere decir lo siguiente: Supongamos que tengo un cuerpo que está quieto. Lo empiezo a empujar y comienza a moverse. Ahora tiene velocidad y, por lo tanto, energía cinética.



¿De dónde salió esa energía que el tipo tiene ahora?

RTA: Salió del trabajo que hizo la fuerza F .

Todo el trabajo $F \cdot d$ se transformó en energía cinética. Veamos cuánto vale esa E_c . El trabajo realizado por F vale $F \cdot d$, entonces:

$$L = F \cdot d$$

$$\Rightarrow L = \underbrace{m \cdot a}_F \cdot d$$

La aceleración que tiene el carrito la calculo con la ecuación complementaria:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot d$$

$$\Rightarrow a = \frac{v_f^2}{2 \cdot d}$$

Reemplazando esto en $L = m \cdot a \cdot d$:

$$L = m \cdot \frac{v_f^2}{2 \cdot d} \cdot d$$

$$\Rightarrow L = \frac{1}{2} m \cdot v_f^2$$

Pero este trabajo realizado es la energía cinética que el tipo adquirió. Entonces:

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

← Energía cinética que tiene un cuerpo que se está moviendo.

Ejemplo

Un objeto de $m = 2 \text{ Kg}$ se mueve con $v = 1 \text{ m/s}$. Calcular su E_c .



$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ Kg} \cdot (1 \text{ m/s})^2 = 1 \text{ Joule.}$$

Fijate que las unidades son $\text{Kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$ que es lo mismo que $\text{N} \cdot \text{m}$, que es Joule. Trabajo y energía se miden en las mismas unidades. (Joule).

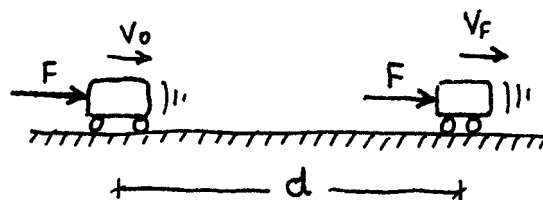
¿Casualidad ?

No. Justamente NO. Trabajo y energía son, en cierta medida, la misma cosa.

Cuando una fuerza actúa a lo largo de una distancia d , ese trabajo se invierte en energía cinética. De la misma manera, cuando un cuerpo viene con una determinada energía cinética, se necesitará el trabajo de una fuerza para frenarlo.

TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA CINÉTICA

Supongamos que un cuerpo se viene moviendo con velocidad inicial V_0 . En ese momento se prende una cañita voladora y el tipo empieza a acelerar.



EL CUERPO ACELERA
POR ACCION DE LA
FUERZA F.

El carrito en su movimiento acelerado recorre una distancia d. El trabajo realizado por F vale $L = F \cdot d$. Pero como por 2da ley de Newton $F = m \cdot a$, me queda :

$$L_F = F \cdot d$$

$$\Rightarrow F \cdot d = m \cdot a \cdot d$$

El cuerpo al ser empujado por una fuerza tiene un MRUV. Entonces puedo plantear la ecuación complementaria :

$$v_f^2 - v_o^2 = 2 \cdot a \cdot d$$

$$\Rightarrow a = \frac{v_f^2 - v_o^2}{2d}$$

Reemplazando:

$$F \cdot d = m \cdot \frac{v_f^2 - v_o^2}{2}$$

ver

$$F \cdot d = \frac{1}{2} m \cdot v_f^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_o^2$$

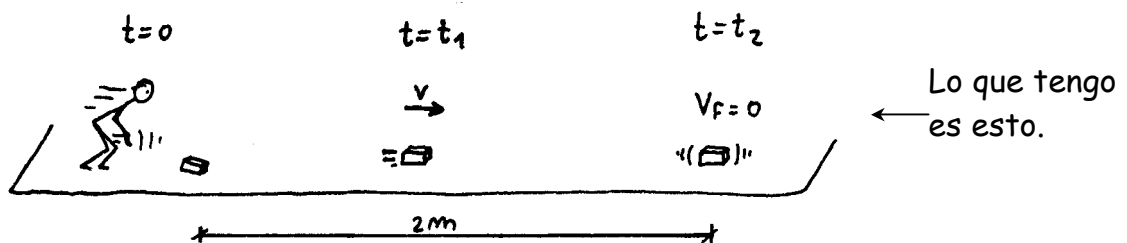
$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{L_F} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{Ec_f} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{Ec_o}$

Teorema del
trabajo y la
Energ. cinética.

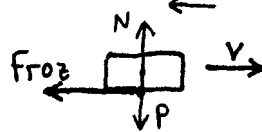
Esto se lee de la siguiente manera: Al principio el tipo tenía una energía cinética inicial ($= \frac{1}{2} m \cdot V_o^2$). Después de actuar la fuerza, tiene una energía cinética final ($= \frac{1}{2} m \cdot V_f^2$). La diferencia entre estas dos energías es el trabajo realizado por la fuerza F.

Ejemplo

SE TIRA UN LADRILLO AL SUELO CON VELOCIDAD $V = 10$ m/s.
SABIENDO QUE SE FRENA DESPUÉS DE RECORRER 2 m, CALCULAR
EL VALOR DE LA FUERZA DE ROZAMIENTO. $m_{LADRILLO} = 1$ kg.



El ladrillo recorre 2 m hasta que se frena. Voy a ver qué fuerzas actúan mientras se está frenando. Hago el diagrama de cuerpo libre:



← Diagrama de cuerpo libre.

La fuerza de rozamiento es la que hace que el tipo se vaya frenando. El peso y la normal no hacen trabajo. Entonces uso el teorema del trabajo y la energía cinética. Planteo que el trabajo de la fuerza de rozamiento tiene que ser igual a la variación de la energía cinética. Veamos:

$$L_{F_{ROZ}} = \Delta E_c$$

ver! →

$$F_{roz} \cdot d = \frac{1}{2} m \cdot \underbrace{v_f^2}_0 - \frac{1}{2} m \cdot v_0^2$$

$$\Rightarrow F_{ROZ} = \frac{m \cdot v_0^2}{2 \cdot d}$$

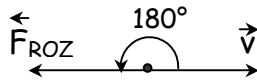
$$\Rightarrow F_{ROZ} = \frac{1 \text{ Kg} \cdot (10 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 2 \text{ m}}$$

$$\Rightarrow \boxed{F_{roz} = 25 \text{ N}}$$

← Fuerza de rozamiento que actuó.

Fijate que:

El trabajo de la fuerza de rozamiento es \ominus . Eso pasa porque la velocidad va para allá \rightarrow , y la fuerza de rozamiento va para el otro lado. A esta misma conclusión llego si hago este dibujito:



$$L_{roz} = F \cdot d \cdot \overbrace{\cos(180^\circ)}^{-1}$$

Este problema se podría haber resuelto combinando cinemática con dinámica:

$$\cancel{v_f^2} - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot d \quad \leftarrow \text{Ec. complementaria.}$$


$$\Rightarrow L_{roz} = (-) F \cdot d$$

$$\Rightarrow a = \frac{-v_0^2}{2 \cdot d}$$

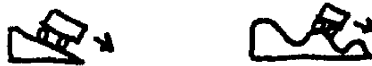
Usando que $F = m \cdot a$:

$$\Rightarrow F_{ROZ} = -\frac{m \cdot v_0^2}{2 \cdot d} \quad \leftarrow \text{Mismo resultado anterior.}$$

Trabajo y energía me permite resolver problemas de cinemática y dinámica por otro camino. Es más, hay algunos problemas que sólo pueden resolverse usando L y energía.

(Éste por ejemplo \rightarrow )

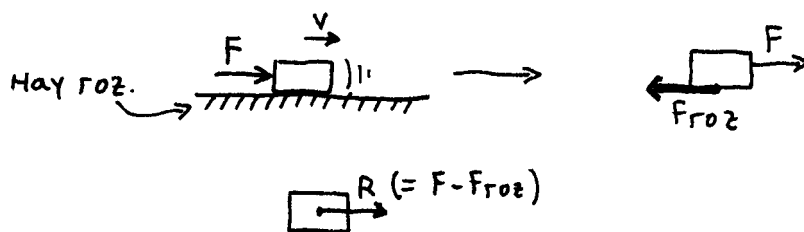
El teorema del trabajo y la energía cinética se usa sólo cuando tengo planos horizontales. Pero a veces puedo tener planos inclinados o montañas así:



En estos casos conviene usar el teorema del trabajo y la energía mecánica. (Que viene después). Lo mismo va para problemas en donde haya resortes.

El teorema del trabajo y la energía fue deducido para un cuerpo que tiene 1 sola fuerza aplicada. ¿ Y si tengo más de una fuerza, qué hago ? .

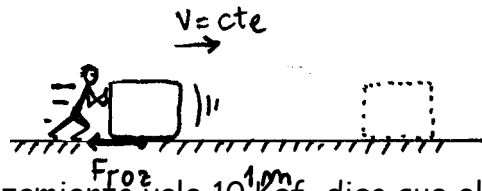
Rta : Bueno, en ese caso calculo la resultante de todas las fuerzas que actúan:



Ahora tengo un cuerpo que tiene una sola fuerza aplicada (la resultante) y puedo usar el teorema.

POTENCIA

Supongamos que un señor empuja una caja y la mueve con velocidad constante. Mirá el dibujito:



Un tipo empuja un cuerpo y lo mueve 1 m.

Si la fuerza de rozamiento vale 10 Kgf digo que el trabajo que hizo el tipo vale 10 Kgf . 1m (= $F_{roz} \cdot d$).

Muy bien. Ahora resulta que si el señor desplazó el cuerpo 1 m, el trabajo realizado vale 10 Kilográmetros independientemente de si el tipo tardó 1 seg ó 1 año en hacer que el cuerpo se mueva 1 metro.

Es decir, uno podría encontrar otra persona que hiciera ese trabajo más rápido, pero el trabajo realizado sería siempre el mismo: 10 Kilográmetros.

Cualquier auto puede ir de acá a Mar del Plata, pero el que va más rápido es mejor. También podés ir a Mar del Plata en caballo, nadie te dice que no, pero vas a tardar 100 veces más...

Un auto puede hacer el trabajo que hace un caballo 100 veces más rápido o, dicho de otra manera, un auto puede realizar un trabajo equivalente al de 100 caballos. De ahí sale la cuestión de que un auto tiene una potencia de 100 caballos y todo eso. Los 2 pueden realizar el mismo trabajo (llevarte a Mar del Plata), pero uno lo puede hacer más rápido que el otro.

CONCLUSIÓN:

A veces no sólo importa el trabajo realizado. Puede importar también el tiempo que uno tardó en realizarlo.

Entonces para tener una idea de qué tan rápido una cosa (hombre, animal o máquina) puede realizar trabajo, lo que hago es tomar el trabajo realizado y dividirlo por el tiempo. Es decir:

POTENCIA \rightarrow
$$P = \frac{L}{\Delta t}$$

← Trabajo efectuado

← Tiempo empleado

Si al trabajo lo pongo como fuerza por distancia:

$$P = \frac{F \cdot d}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow P = F \cdot v$$

← Otra forma de calcular la potencia

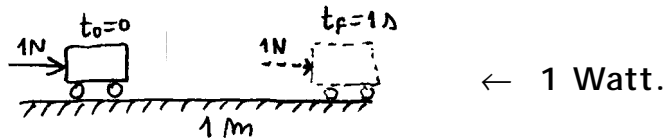
En esta expresión de potencia como fuerza por velocidad, F debe ser la fuerza que va en la dirección del movimiento, sino habría que multiplicar todo por el coseno del ángulo formado entre F y V . (Quedaría $P = F \cdot V \cdot \cos \alpha$).

UNIDADES DE POTENCIA

Las unidades de potencia serán las de trabajo divididas por las de tiempo. El trabajo realizado se mide en Joules ($N \cdot m$) y el tiempo en seg. Entonces:

$$[P] = \frac{\text{Joule}}{\text{seg}} \quad \text{ó} \quad [P] = \frac{N \cdot m}{\text{seg}} \quad \leftarrow \text{A esta unidad se la llama Watt.}$$

Es decir que si una fuerza de 1 N recorre una distancia de 1 m en 1 seg, la potencia entregada será de 1 Watt.



Si mido el trabajo en Kilográmetros, la potencia se medirá en Kilográmetros por segundo ($\text{Kgf} \cdot \text{m/s}$).

Hay otra unidad que se usa y es el Horse Power (caballo de fuerza = HP).

Las equivalencias son:

$$1 \frac{\text{Kgf} \cdot \text{m}}{\text{s}} = 9,8 \text{ Watt} \quad \leftarrow \text{Equivalencias}$$

$$1 \text{ H.P.} = 76 \frac{\text{Kgf} \cdot \text{m}}{\text{s}} = 745 \text{ Watt}$$

¿ Es la unidad de caballo de fuerza equivalente a la potencia que tiene un caballo de verdad ? RTA: Sí, aproximadamente sí. (Por eso se la llamó caballo de fuerza).

EL KILOWATT - HORA

La electricidad que consume una casa se mide en Kw-hora. ¿ Es esto equivalente a medir la potencia en Kilowatts (= 1000 Watt) ?

RTA: No. Lo que se mide en una casa es la energía eléctrica consumida y no la potencia consumida.

1 Kw-hora no son 1000 Watt. Son 1000 Watt por hora. (por de multiplicar).

Busco la equivalencia entre Joule y Kilowatt-hora. Veamos:

$$1 \text{ Kw h} = 1000 \text{ watt} \cdot 1 \text{ hora}$$

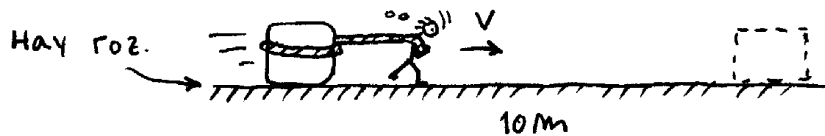
$$\Rightarrow 1 \text{ Kw h} = 1000 \frac{\text{Joule}}{\text{seg}} \cdot 3600 \text{ seg}$$

$$\Rightarrow \boxed{1 \text{ Kw h} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Joule.}} \quad \leftarrow 1 \text{ Kilowatt-hora}$$

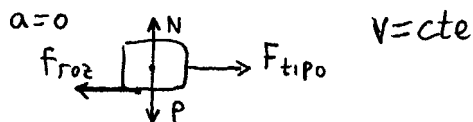
Es decir, el Kw-h es una unidad de energía, no de potencia. Por ejemplo, una plancha consume alrededor de 1 Kw. Si una casa gasta en 1 mes 100 Kw-h, eso quiere decir que la casa consumió una energía equivalente a la que hubiera consumido una plancha si hubiera funcionado 100 horas seguidas .

Ejemplo

Un tipo que camina con $v = 3,6 \text{ Km/h}$ arrastra un bloque de $P = 50 \text{ Kgf}$ una distancia de 10 m. Calcular la potencia entregada por el tipo. $\mu_d = 0,2$.



El diagrama de cuerpo libre para el bloque es éste:



Como la aceleración es igual a cero (la velocidad es constante), saco como conclusión que la fuerza que el tipo hace tendrá que ser igual a la de rozamiento.

Planteo:

$$F_{ROZ} = \mu_d \cdot N$$

$$\Rightarrow F_{ROZ} = 0,2 \cdot 50 \text{ Kgf}$$

$$\Rightarrow F_{ROZ} = 10 \text{ Kgf}$$

$$\Rightarrow \underline{F_{TIPO} = 10 \text{ Kgf}}$$

\leftarrow Fuerza que hace el tipo.

La potencia que el tipo entrega la calculo como fuerza por velocidad:

$$P = F \cdot V$$

$$\Rightarrow P = 10 \text{ Kgf} \cdot 3,6 \text{ Km / h}$$

$$\Rightarrow P = 10 \cdot 9,8 \text{ N} \cdot 1 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow \underline{P = 98 \text{ Watt}} \quad \leftarrow \text{Potencia del hombre.}$$

PREGUNTA: ¿ Y toda esta potencia que entrega el tipo, a dónde va ?

RTA: No va a ningún lado. No se almacena en ninguna parte.

Todo lo que el tipo entregó se lo comió el rozamiento.

¿ Y en qué se transformó ?

Rta: En calor.

Próximo tema: energía mecánica,
y conservación de la energía.