Energía mecánica. Conservación de la energía.

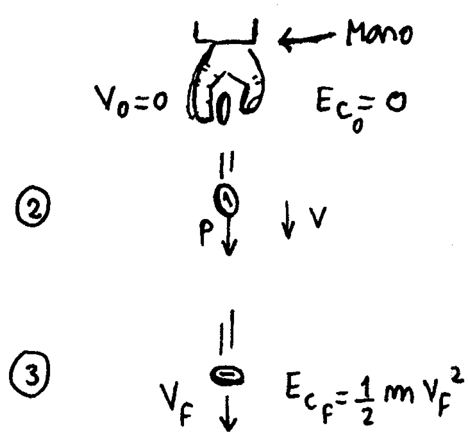
ENERGÍA POTENCIAL

Hay dos tipos de energía potencial que tenés que conocer. Una es la potencial gravitatoria, que tiene que ver con la altura a la que está un objeto. La otra es la potencial elástica, que tiene que ver con la distancia que está comprimido o estirado un resorte. Entonces, título:

ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA

Suponé que sostengo una cosa a 1 m del piso y la suelto.

Al principio la cosa tiene velocidad inicial cero. Pero resulta que cuando toca el piso tiene una velocidad V_{final}. Es decir que, inicialmente, la energía cinética vale cero ($v_0 = 0$) y al final NO. (V_f no es cero).



La pregunta entonces es: ¿ Quién fue el que le entregó energía al cuerpo ?
Yo no fui porque el cuerpo cayó solo (yo no lo empujé para abajo).
La respuesta a esta pregunta es:
La fuerza Peso es la que le dio energía al cuerpo. El peso recorrió una distancia de 1 m e hizo un trabajo que vale: $L_{Peso} = P \cdot 1\ m$. Ese trabajo se convirtió en energía cinética.

La conclusión que saco de acá es que un cuerpo que está a una determinada altura tiene energía. Esa energía es igual al trabajo que la fuerza peso puede realizar si se deja caer al cuerpo desde esa altura.

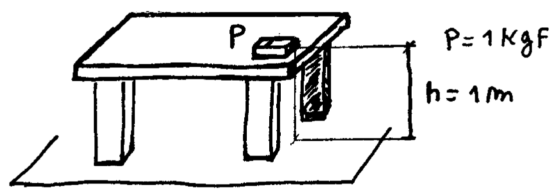
¿ Y cuánto vale el trabajo que puede realizar la fuerza peso ?
Bueno, el trabajo realizado por una fuerza es F . d . En este caso la fuerza es el peso y la distancia es la altura hache. Por lo tanto, si se suelta un peso **P** desde una altura **h**, el trabajo valdrá pe por hache.

$$\boxed{E_p = P \cdot h \quad ó \quad m \cdot g \cdot h} \longleftarrow$$

Energía potencial que tiene un cuerpo de peso **P** que está a una altura **h**.

Ejemplo

Calcular la E_{pot} del cuerpo que está arriba de la mesa.



$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

$$\Rightarrow E_p = 1Kg \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2} \cdot 1m$$

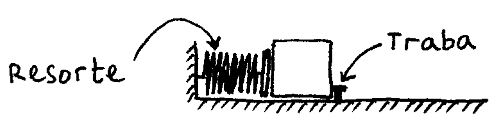
$$\Rightarrow \underline{E_p = 9{,}8 \text{ Joule}} \quad \Leftarrow$$

Energia Potencial
Que tiene el objeto

Fijate lo siguiente: la energía potencial se mide en Joules, como la energía cinética y todas las demás energías.
Esta E_p que tiene el objeto es **con respecto al piso**. Al calcular energías potenciales, uno <u>siempre tiene que indicar el nivel de referencia</u>, es decir, el lugar desde donde uno empieza a medir la altura.

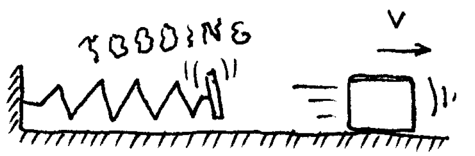
ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA

Un resorte que está comprimido también tiene energía almacenada.
¿ Cómo es eso ?. Fijate:



← Resorte comprimido tratando de empujar a un cuerpo.

El tipo no se mueve porque está trabado. Pero si yo ahora saco el clavo,... ¿ qué pasa ?



Ahora el cuerpo sale despedido con una velocidad V.

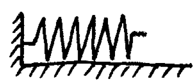
Inicialmente el cuerpo estaba quieto y no tenía energía cinética. Al soltar el resorte el tipo se mueve con una velocidad V y su energía cinética valdrá $\frac{1}{2}\, m \cdot v^2$.

¿ De dónde salió esa energía ?

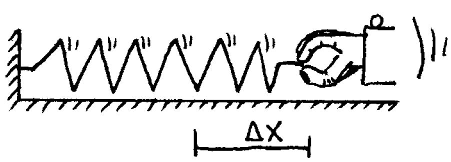
<u>RTA.</u>: Del resorte. El resorte comprimido tenía una energía almacenada. Al soltarlo se descomprime y le entrega toda esa energía al cuerpo. Esto hace que el objeto adquiera una velocidad V.

¿ Hasta acá me seguiste ?

Voy a calcular ahora cuánto vale esa energía almacenada en el resorte. Supongamos que tengo lo siguiente:

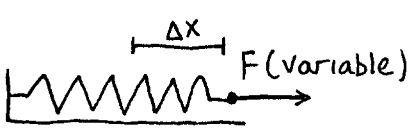


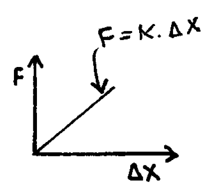
Un resorte que no está ni comprimido ni estirado.



Ahora lo estiro una distancia Δx.

Esta situación la puedo representar así:

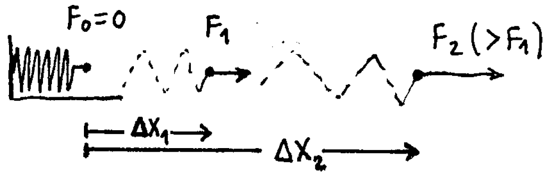




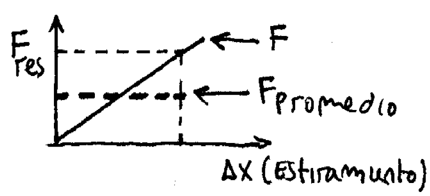
La fuerza del resorte varía con la posición.

En este dibujito F representa a la fuerza que hago yo para estirar el resorte. (que es igual y contraria a la que el resorte hace sobre mi mano). Ojo, esta

fuerza **no es constante**. Aumenta con la posición según la ley de HooKe ($F = K \cdot \Delta x$).
Es decir que lo que yo tendría sería algo así:



Esta fuerza, al ir moviéndose va a realizar trabajo. Ese trabajo es el que queda almacenado en el resorte como energía potencial elástica.
¿ Vale ese trabajo $F \cdot \Delta x$?
RTA: **No**. Eso sería si **F** fuera una fuerza **constante,** pero F es una fuerza **variable**.
¿ Cómo hago entonces para resolver el asunto ?
Bueno, miralo así: voy a considerar una fuerza intermedia entre la inicial y la final:



La fuerza inicial vale **cero** (resorte ni comprimido ni estirado).
La fuerza final vale $F = K \cdot \Delta x$. Haciendo el promedio me queda:

$$F_{Prom} = \frac{\overbrace{0}^{F_0} + \overbrace{K \cdot \Delta x}^{F_f}}{2}$$

Es decir:

$$F_{Prom} = \tfrac{1}{2} K \cdot \Delta x \qquad \leftarrow \quad \text{Fuerza promedio.}$$

Ahora voy a considerar que esta fuerza promedio es la que recorrió la distancia Δx y voy a calcular el trabajo de F_P. (Esto se puede hacer porque la variación de F_{Res} es **lineal** con la distancia). Queda:

$$L_{F_P} = \overbrace{\tfrac{1}{2} K \cdot \Delta x}^{F_P} \cdot \overbrace{\Delta x}^{d}$$

$$\Rightarrow L_{F_p} = \tfrac{1}{2}\,\kappa \cdot (\Delta x)^2$$

Tengo que, para estirar el resorte, tuve que entregarle un trabajo $L = \frac{1}{2}\,K \cdot (\Delta x)^2$.
¿ Qué energía habrá acumulado el tipo ? . RTA: $\frac{1}{2}\,K \cdot (\Delta x)^2$.

Y si ahora hago que el resorte se des-estire, ¿ qué energía será capaz de entregarme ? . RTA: $\frac{1}{2}\,K \cdot (\Delta x)^2$.

¿ Conclusión de todo esto ?

$$\boxed{E_{POT.\ Elás.} = \tfrac{1}{2}\,K \cdot (\Delta x)^2}$$

Esta es la energía pot. elástica acumulada en un resorte.

Energía potencial elástica acumulada en el resorte.

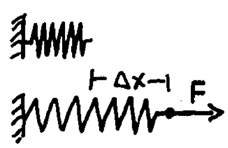
Constante del resorte.

Distancia que fue comprimido (o estirado).

Ejemplo

UN RESORTE TIENE UNA CONSTANTE K = 10 Kgf / m. SE LO ESTIRA 10 cm. CALCULAR:
a) - QUÉ TRABAJO HUBO QUE HACER PARA ESTIRARLO.
b) - QUÉ ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA QUEDÓ ALMACENADA EN EL RESORTE.

a) - La energía potencial elástica del resorte estirado 10 cm vale:



RESORTE SIN ESTIRAR
Y RESORTE ESTIRADO.

$$E_{Pot\,E} = \tfrac{1}{2}\,\kappa \cdot (\Delta x)^2 = \tfrac{1}{2}\,10\,\frac{Kgf}{m} \cdot (0{,}1\,m)^2$$

$$\Rightarrow \quad E_{Pot\,E} = 0{,}05\,Kgf \cdot m = \underline{0{,}49\ Joule}$$

b) - El trabajo que tuve que hacer yo para estirarlo vale lo mismo que la energía elástica que el tipo tiene almacenada. O sea:

$$L_{\text{que hice yo}} = 0{,}49\ \text{Joule}.$$

Conclusión: Para estirar el resorte hice un trabajo de 0,49 Joule. La energía elástica acumulada vale 0,49 J.
Y si ahora suelto el resorte, ¿ qué energía será el tipo capaz de entregarme ?
Elemental Watson : 0,49 Joule.

¿ Ves a dónde apunta la cosa ?. La energía no se pierde. Sólo se transforma.

ENERGÍA MECÁNICA DE UN SISTEMA (Ver)

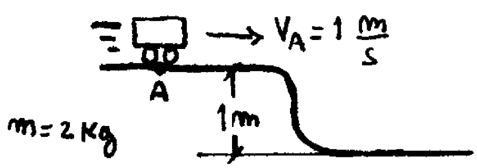
La E_m de un sistema en un momento determinado es la suma de la energía cinética, más la potencial, más la elástica que el tipo tiene en ese momento. Es decir:

$$\boxed{E_m = E_c + E_p + E_E} \quad \longleftarrow \text{ Energía mecánica.}$$

*NOTA: De ahora en adelante a la energía potencial gravitatoria la voy a llamar solamente "energía potencial" y a la energía potencial elástica la voy a llamar solamente "energía elástica". Esto lo hago para abreviar, nada más.

Ejemplo

CALCULAR LA ENERGÍA MECÁNICA DEL CARRITO EN EL PUNTO A.



La energía mecánica del carrito en el punto **A** va a ser la suma de las energías cinética, potencial y elástica.

0 (← No hay resortes)

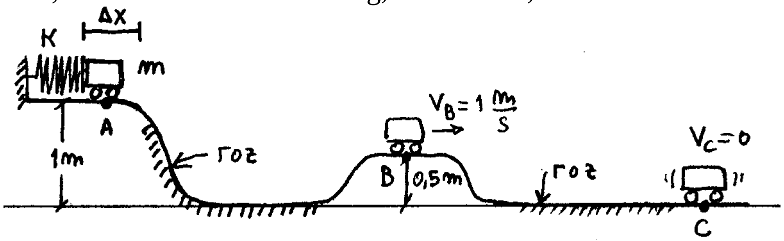
$$E_{mA} = E_{cA} + E_{pA} + \cancel{E_{EA}}$$

$$\Rightarrow E_{mA} = \tfrac{1}{2}\, 2\,Kg \cdot (1\, m/s)^2 + 2\,Kg \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2} \cdot 1m$$

$$\Rightarrow \underline{E_{mA} = 20{,}6 \text{ Joule}}$$

Otro ejemplo

SE SUELTA EL RESORTE Y ESTE EMPUJA AL CARRITO QUE CAE POR LA PENDIENTE. CALCULAR LA E_{MEC} DEL CARRITO EN LOS P[illegible] A, B Y C. DATOS. m = 1 Kg, X = 20 cm, K = 10 N/m.



EN EL PUNTO A:

Aparentemente el carrito está quieto con el resorte comprimido 20 cm, y listo para empujarlo. La energía mecánica en el punto **A** va a ser:

$$E_{m\,A} = \underbrace{\cancel{E_{c\,A}}}_{0}^{(v_A = 0)} + E_{p\,A} + E_{E\,A}$$

$$\Rightarrow E_{m\,A} = 0 + m \cdot g \cdot h_A + \tfrac{1}{2}\, \kappa \cdot (\Delta x)^2$$

$$\Rightarrow E_{m\,A} = 1Kg \cdot 9{,}8\, \frac{m}{s^2} \cdot 1m + \tfrac{1}{2}\, 10\, \frac{N}{m}\, (0{,}2m)^2$$

$$\Rightarrow \underline{E_{m\,A} = 10\ Joule}$$

EN EL PUNTO B:

$$E_{m\,B} = E_{c\,B} + E_{p\,B} + \cancel{E_{E\,B}}^{\,0\ (\text{no hay resortes})}$$

$$\Rightarrow E_{m\,B} = \tfrac{1}{2}\, m \cdot v_B^{\,2} + m \cdot g \cdot h_B$$

$$\Rightarrow E_{m\,B} = \tfrac{1}{2}\, 1Kg \cdot (1\, m/s)^2 + 1Kg \cdot 9{,}8\, \frac{m}{s^2} \cdot 0{,}5m$$

$$\Rightarrow \underline{E_{m\,B} = 5{,}4\ Joule}$$

PREGUNTA: En A, el carrito tiene una energía mecánica de 10 Joule y en B de 5,4 Joule. ¿ Dónde están los 4,6 Joule que faltan ? .

RESPUESTA: Se los comió el rozamiento que hay entre A y B.

EN EL PUNTO C:

$$E_{m\,C} = E_{c\,C} + E_{p\,C} + E_{E\,C}$$

$$\Rightarrow E_{m\,C} = 0 + 0 + 0. \qquad (v_C = 0,\ h_C = 0,\ \text{no hay resortes en C})$$

$$\Rightarrow \underline{E_{m\,C} = 0}$$

Es decir, en el punto **C** el carrito no tiene energía mecánica. Su velocidad es cero ($\Rightarrow \frac{1}{2}\ m \cdot v^2 = 0$), su altura es cero ($\Rightarrow P \cdot h = 0$) y no hay resortes.
Al igual que antes, toda la energía mecánica que el tipo tenía en B (5,4 J) se la comió el rozamiento.
¿ Pero cómo ? . ¿ No era que la energía siempre se conservaba ?. ¿ No era que no se perdía sino que sólo se transformaba de una forma en otra ? .
Y bueno, justamente. Toda la energía mecánica que el tipo tenía se transformó en calor. El calor también es energía (energía calórica).

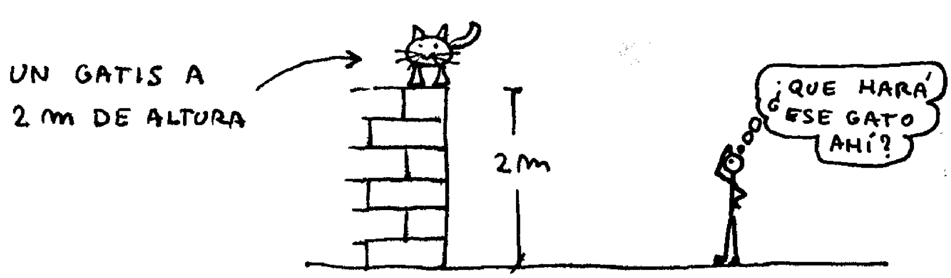
Si yo inventara una nueva forma de energía que fuera la suma de la energía mecánica más calórica (podría llamarla "energía calomecánica"), diría que la energía del sistema se conservó.
Es decir, la mecánica se perdió, pero la calomecánica se conservó.
Lo que conserva en el universo es la energía **total**, no una energía en particular.

FUERZAS CONSERVATIVAS

Una fuerza es conservativa si hace que la energía **mecánica** del sistema **no cambie** mientras ella actúa. O sea, una fuerza conservativa hace que la energía mecánica se conserve.
Es decir, yo tengo un sistema con una determinada energía mecánica inicial. Digamos 100 Joules. Ahora hago que actúe la fuerza. Si cuando la fuerza dejó de actuar, la E_{mec} del sistema es otra vez 100 Joules, digo que esta fuerza es una **fuerza conservativa**.
¿ Cómo es esto de que una fuerza puede actuar sin que la energía mecánica del sistema aumente o disminuya ?. Veamos.

1ª FUERZA CONSERVATIVA: El Peso

Suponé que tengo un cuerpo que está a 2 m de altura.



Si el tipo se deja caer desde ahí arriba qué pasa ? .
<u>Rta</u>: Bueno, inicialmente su energía potencial vale m · g · h y a medida que va cayendo la va perdiendo. Pero atención con esto: Pierde energía potencial...
¡ pero va **ganando** energía cinética !
Por ejemplo, suponé que la masa del gatis es de 1 Kg. Su energía potencial inicial vale:

$$E_{Pot\,0} = m \cdot g \cdot h = 1Kg \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2} \cdot 2m = 19{,}6\ Joule.$$

Por cinemática sé que la velocidad final con la que toca el suelo un cuerpo que se deja caer desde una altura h es:

$$v_f^{\,2} - \cancel{v_0^{\,2}} = 2 \cdot g \cdot h$$

$$\Rightarrow v_f = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$\Rightarrow v_f = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\,m/s^2 \cdot 2m}$$

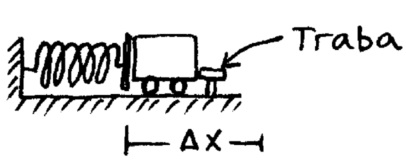
$$\Rightarrow v_f = 6{,}26\,\frac{m}{s}$$

Entonces cuando el tipo toque el suelo su energía cinética será:

$$E_{c\,f} = \tfrac{1}{2}\, m \cdot v_f^{\,2} = \tfrac{1}{2}\, 1Kg \cdot (6{,}26\,m/s)^2 = 19{,}6\ J.$$

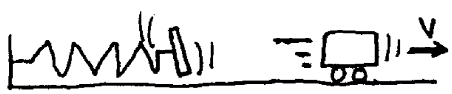
Es decir, toda la E_{pot} se transformó en cinética al final. La fuerza peso no hizo que se ganara ni se perdiera energía **mecánica**.
La fuerza peso, lo único que hizo fue **transformar** toda la E_{pot} del principio en energía cinética. Pero la mecánica <u>no cambió</u>. Era 19,6 al principio y es 19,6 al final.
<u>Conclusión</u>: La energía mecánica no se modificó. Se mantuvo igual. **Se conservó**.
Digo entonces que la fuerza peso es una fuerza **conservativa**.

<u>2ª FUERZA CONSERVATIVA: La Fuerza del Resorte</u>
Suponé que tengo un resorte comprimido una distancia Δx :



El tipo en esa situación tiene almacenada una energía elástica que vale $\frac{1}{2}$ K . (Δx)^2.
¿ Qué pasa ahora si saco la traba y dejo que el resorte se descomprima ?
RTA: Bueno, lo que va a pasar es que el resorte va a empujar al cuerpo.

Haciendo un razonamiento parecido al que hice antes con la fuerza peso puedo llegar a la conclusión de que el carrito no pierde ni gana energía mientras actúa la fuerza del resorte.
¿ Por qué ?
Porque al principio el resorte tenía una energía elástica que valía $\frac{1}{2}$ K . (Δx)^2.
Una vez que el tipo se descomprimió, toda esa energía se transforma en energía cinética.
No se si me seguiste. Lo que quiero decir es esto. Mirá el dibujo:



← Así está la cosa cuando el resorte se descomprimió.

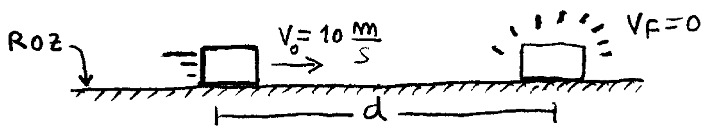
La fuerza con la que el resorte empujó al cuerpo **no** hizo que aumentara o disminuyera la energía mecánica del sistema. Solamente hizo que la Energía elástica se transformara en Energía cinética. Mientras la fuerza del resorte actúa, la E_{mec} del sistema se conserva.
Entonces la fuerza del resorte, qué es ? .
Respuesta: Una fuerza **conservativa**.

FUERZAS NO CONSERVATIVAS

Una fuerza es no conservativa cuando hace que la energía del sistema no se conserve. Es decir, yo tengo un sistema con una determinada energía mecánica inicial. Digamos 100 Joule. Ahora hago que actúe la fuerza. Si cuando la fuerza dejó de actuar, la E_{mec} del sistema es de más de 100 Joule o es de menos de 100 J, entonces esa fuerza es **no conservativa**.

Las fuerzas **no** conservativas lo que hacen es que el sistema gane o pierda energía mecánica.
Que un sistema pierda energía no es muy raro, pero... ¿ que un sistema **gane** energía ? . ¿ Cómo es eso ? .
Momento. Vamos por partes.

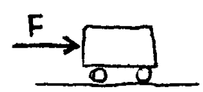
<u>1ª FUERZA NO CONSERVATIVA: El Rozamiento</u>
Suponé que tiro una cosa por el piso con una velocidad de 10 m/s. Si hay rozamiento, después de recorrer unos metros se va a parar.



Inicialmente el tipo venía con v = 10 m/s y su energía cinética era $\frac{1}{2}$ m . (10 m/s)^2.
Al final, el tipo queda quieto y su energía cinética final es cero.
¿ Dónde fue toda la energía que el tipo tenía al principio ?
<u>RTA</u>: Se la comió el rozamiento.
El rozamiento hizo que el sistema perdiera energía. La E_{mec} no se conservó. Por lo tanto: **El rozamiento es una fuerza NO conservativa**.

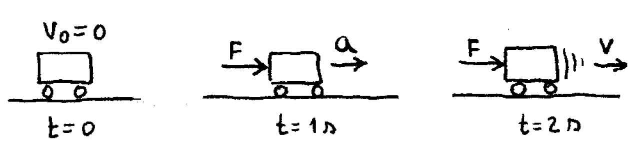
<u>2ª FUERZA NO CONSERVATIVA: Una Fuerza Exterior</u>.

Una fuerza exterior es una fuerza de este tipo:



← Una fuerza exterior.

Es decir, es una fuerza que viene de afuera. Podés imaginarte a esta F como la fuerza que hace una cañita voladora o un tipo que empuja o el viento o algo así.
Suponé que el carrito está quieto y la fuerza exterior F empieza a actuar.
¿ Qué pasa ? .
Pasa que el carrito se empieza a mover. (Empieza a acelerar).



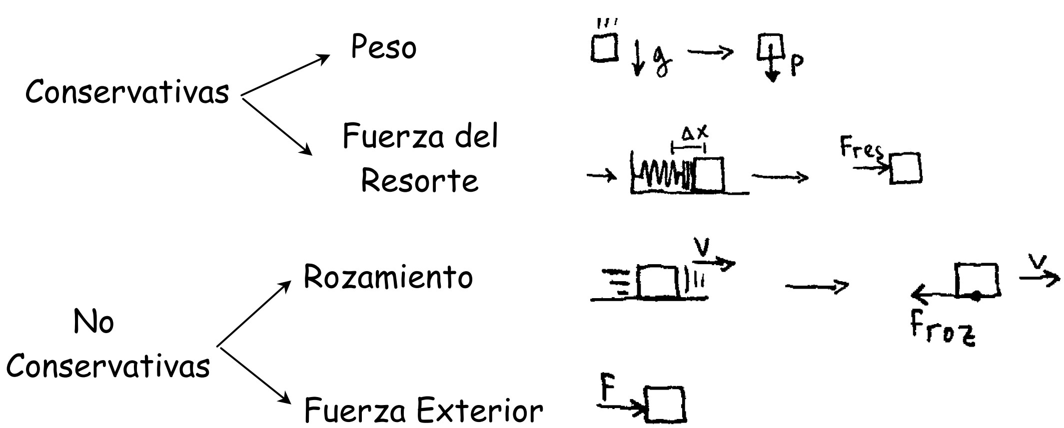
← F empuja y el tipo se mueve.

Inicialmente la E_{cin} del carrito vale cero y al final NO.
¿ Quién hizo que aumentara la energía del sistema ?
RTA: La fuerza F. Efe recorrió una distancia d, hizo un trabajo que vale **F . d** y entregó ese trabajo al carrito. Ahora el tipo lo tiene almacenado en forma de energía cinética.
F entregó energía al sistema. La E_{mec} aumentó y no se conservó. Por lo tanto, **una fuerza exterior es una fuerza NO conservativa**.

FUERZAS CONSERVATIVAS Y NO CONSERVATIVAS - RESUMEN

Básicamente y sin hilar fino, digamos que en la mayoría de los problemas, salvo el rozamiento y una fuerza F exterior, todas las demás fuerzas terminan siendo conservativas. Es decir, o son conservativas o a la larga no realizan trabajo.

Saber esto viene muy bien para resolver los problemas. Pero ojo, esto no es absolutamente siempre así. Esto pasa en la mayoría de los casos, **PERO NO SIEMPRE**. (Atento). Podría haber algún caso raro donde la normal o la tensión de la cuerda (por ejemplo) fueran fuerzas NO conservativas.
Lo que sí tenés que saber es que las que siempre son conservativas si o si son la fuerza peso y la fuerza del resorte. Resumamos esto en un cuadrito:



Hay más fuerzas conservativas y hay más fuerzas no-conservativas, pero para lo que vos tenés que saber y para los problemas que vos vas a tener que resolver con esto alcanza.

TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA MECÁNICA (Importante)

Con la cuestión de fuerzas conservativas y no conservativas llegué a la siguiente conclusión: Hay dos casos posibles: o sobre el sistema actúan fuerzas conservativas o sobre el sistema actúan fuerzas no conservativas. Analicemoslos:

CASO UNO

Actúan sólo fuerzas conservativas y se conserva la E mecánica del sistema.

❶ Si sobre el sistema dado sólo actúan fuerzas conservativas (Es decir, no actúa ni el rozamiento ni una Fuerza exterior). $\xrightarrow{\text{Se cumple}}$ $\Delta E_{mec} = 0$ $\xrightarrow{\text{Es decir}}$ $\boxed{E_{mf} = E_{m0}}$

$\uparrow$ La energía mec. no varía.

CASO DOS:

Actúan fuerzas no conservativas. La energía mecánica no se conserva. Habrá una disminución o un aumento de la E_{mec} del sistema.

❷ Si sobre el sistema dado actúan fuerzas no conservativas (Es decir el roz o una Fuerza F exterior). $\xrightarrow{\text{Se cumple}}$ $\Delta E_{mec} \neq 0$ $\xrightarrow{\text{Es decir}}$ $\boxed{E_{mf} \neq E_{m0}}$

$\uparrow$ La energía mec. varía.

¿ Quién provocó ese cambio en la energía del sistema ? . Bueno, eso ya quedamos en que fue la fuerza no conservativa.
La fuerza no conservativa (sea el rozamiento o una fuerza exterior F) hizo un trabajo que hizo que aumentara (o disminuyera) la E_{mec} del sistema.
Ahora bien... ¿ Y cuánto vale esa variación de la $E_{mecanica}$? .
Rta: ¡ Justamente vale el trabajo que hizo la fuerza no conservativa !

Es decir, si tengo un sistema que tiene una energía mecánica de 100 Joule y después de que actuó una fuerza exterior veo que la energía mecánica es de 120 J, digo entonces que el trabajo que hizo la fuerza exterior vale 20 Joule.
Conclusión: (Muy importante).

ver

El trabajo realizado por la fuerza no conservativa es igual a la variación de la energía mecánica del sistema.

Enunciado del teorema del Trabajo y la Energía Mecánica.

En forma matemática esto se suele poner así:

$$\boxed{L_{F\ No\text{-}Cons} = E_{m\ f} - E_{m0}} \quad \Longleftarrow \quad \text{Teorema del L y la E. Mecánica.}$$

Esta fórmula se lee así: En un sistema donde actuó una fuerza no conservativa, la energía que falta (o sobra) con respecto a la E_{mec} que había al principio es el trabajo que hizo la fuerza no-conservativa. (Punto).

¿ <u>CÓMO SE RESUELVEN LOS PROBLEMAS DE TRABAJO Y ENERGÍA</u> ?

Bueno, tengo 2 casos posibles:

1 - Problemas en donde **<u>se conserva</u>** la energía mecánica. Llamémoslos problemas caso ①

2 - Problemas en donde **<u>NO se conserva</u>** la energía mecánica. Llamémoslos problemas caso ② .

Si los tipos te toman un problema en el examen, éste tendrá que ser caso ① o caso ②. Otra posibilidad no hay.
Es decir que tengo estas dos situaciones:

Tipo de Problema		Conclusión	Se plantea que:
Caso ①	Sólo actúan fuerzas **conservativas**, es decir, no actúa el rozamiento ni ninguna fuerza exterior.	La energía mecánica del sistema <u>se conserva</u>. La energía mecánica final será igual a la inicial.	$E_{mec\ f} = E_{mec\ 0}$
Caso ②	Actúa por lo menos una fuerza **NO conservativa**, es decir, el rozamiento o una fuerza exterior F.	La energía mecánica del sistema <u>NO se conserva</u>. ⇒ La energía mecánica final <u>NO</u> será igual a la inicial.	$L_{F\ no\ cons} = E_{mf} - E_{m0}$

Supongamos que te cae un <u>caso ①</u>.
Tu manera de razonar tiene que ser algo parecido a esto:

Bueno, en este problema veo que no actúa el rozamiento ni ninguna fuerza F exterior. Todas las fuerzas parecen ser conservativas.
Por lo tanto al no haber fuerzas NO conservativas, la energía mecánica se tendrá que conservar. Lo que tengo que plantear entonces es que:

$$E_{mec\ inical} = E_{mec\ final}$$

Ahora elijo el nivel cero de energía potencial y escribo:

$$E_{c0} + E_{p0} + E_{E0} = E_{cf} + E_{pf} + E_{Ef}$$

Tacho las energías que son cero y reemplazo las otras por lo que corresponda ($E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$, $E_p = m \cdot g \cdot h$ y $E_E = \frac{1}{2}\kappa \cdot x^2$).
Haciendo cuentas despejo lo que me piden.

Supongamos que te cae un <u>caso ②</u>. Tu manera de razonar tiene que ser algo así:

Bueno, veo que en este problema actúa una fuerza NO conservativa que es el rozamiento (o una fuerza F exterior). De acá saco como conclusión que en este problema la energía mecánica **no se va a conservar.** Voy a plantear entonces que:

$$L_{F\ no\ cons} = E_{m\,f} - E_{m\,0}$$

Ahora elijo el nivel de referencia para la energía potencial y escribo que:

$$L_{F\ no\ cons} = \overbrace{E_{cf} + E_{pf} + E_{E\,f}}^{E\,m_f} - (\overbrace{E_{c0} + E_{p0} + E_{E\,0}}^{E\,m_0})$$

Se tachan las energías que son cero, se reempla todo lo demás por los datos del problema y de ahí uno despeja lo que le piden.

* <u>NOTA</u> : Para el caso ① y para el caso ②:
Algunos problemas tienen varios tramos. Eso pasa mucho en los problemas de montaña rusa de este tipo:

En ese caso, puede ser que haya que plantear el teorema del trabajo y la energía mecánica varias veces (Por ejemplo 1ro entre A y B, después entre B y C, etc). En ese caso habrá varios estados iniciales y varios estados finales, de manera que en vez hablar de E_{m0} convendrá hablar de E_{mA} (por ejemplo) y en vez de poner E_{mf} va a ser mejor poner E_{mB} .(Esto sería cuando planteo el teorema entre A y B). Cuando lo planteo entre B y C pondré E_{mB} en vez de E_{m0}, y E_{mC} en vez de E_{mf}.

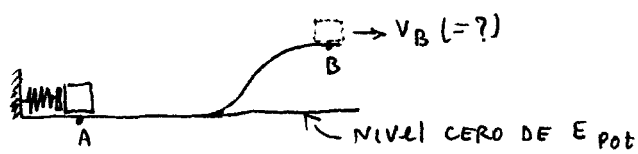
EJEMPLO DE CASO ①

Calcular con qué velocidad pasa el cuerpo por el punto B .

Datos: $K = 100 \frac{N}{m};\ \Delta x = 0{,}8m;\ m = 2Kg$

En este caso no actúa el rozamiento ni ninguna fuerza exterior F, por lo tanto al no haber fuerzas no conservativas, la energía mecánica del sistema se tendrá que conservar. Planteo que:

$$E_{mA} = E_{mB}$$



Es decir, estoy usando el teorema del trabajo y la energía entre los puntos A y B. La cosa queda:

$$\cancelto{0}{E_{cA}} + \cancelto{0}{E_{pA}} + E_{EA} = E_{cB} + E_{pB} + \cancelto{0}{E_{EB}}$$

Cuerpo quieto $\quad h_A = 0 \quad$ No hay resorte

$$\tfrac{1}{2} K \cdot (\Delta x)^2 = \tfrac{1}{2} m \cdot v_B{}^2 + m \cdot g \cdot h_B$$

Reemplazando:

$$\Rightarrow \tfrac{1}{2}100\frac{N}{m}(0{,}8m)^2 = \tfrac{1}{2}2Kg\cdot v_B^{\,2} + 2Kg\cdot 9{,}8\frac{m}{s^2}\cdot 1m$$

$$\Rightarrow 32\,Nm = 1Kg\cdot v_B^{\,2} + 19{,}6\,Kg\,\frac{m^2}{s^2}$$

$$\Rightarrow 32\ Kg\,\frac{m^2}{s^2} - 19{,}6\ Kg\,\frac{m^2}{s^2} = 1Kg\cdot v_B^{\,2}$$

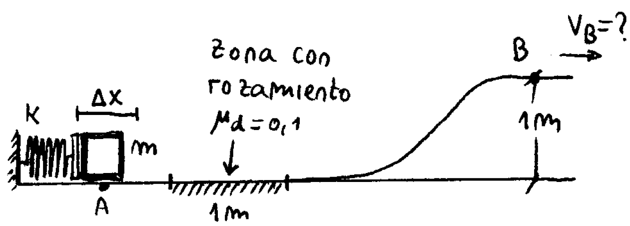
$$\Rightarrow 12{,}4\,\cancel{Kg}\,\frac{m^2}{s^2} = 1\cancel{Kg}\cdot v_B^{\,2}$$

$$\Rightarrow \underline{v_B = 3{,}52\ \frac{m}{s}} \quad \longleftarrow$$ Velocidad del tipo en el punto B.

EJEMPLO DE CASO ②

Calcular con qué velocidad pasa el cuerpo por el punto B.

Datos: $K = 100\ \frac{N}{m}$; $\Delta x = 0{,}8m$; $m = 2Kg$

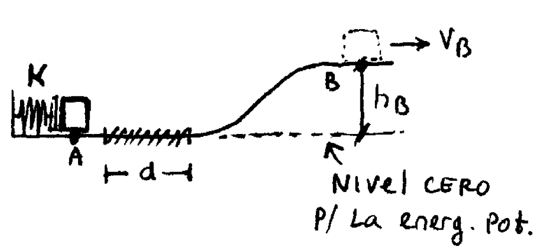


Veo que en este problema actúa una fuerza **no conservativa** que es el rozamiento, es decir que acá, la Energía mecánica no se va a conservar.

Voy a plantear entonces que:

$$L_{No\ cons} = \Delta E_{mec}$$

Aplicando el teorema entre los puntos A y B me queda:



$$L_{F\ No\ cons} = E_{mB} - E_{mA}$$

$$\Rightarrow L_{F\,roz} = E_{mB} - E_{mA}$$

$$-F_{roz}\cdot d = E_{cB} + E_{pB} + \underbrace{\cancel{E_{EB}}}_{\text{No hay resorte}} - \left(\underbrace{\cancel{E_{cA}}}_{v_A=0} + \underbrace{\cancel{E_{pA}}}_{h_A=0} + E_{EA}\right)$$

Ver

$$-\mu_d\cdot\overbrace{mg}^{N}\cdot d = \tfrac{1}{2}\,m\cdot v_B^{\,2} + m\cdot g\cdot h_B - \tfrac{1}{2}\,\kappa\cdot(\Delta x)^2$$

$$\Rightarrow -0{,}1\cdot 2Kg\cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2}\cdot 1m = \tfrac{1}{2}\,2Kg\cdot v_B^{\,2} + 2Kg\cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2}\cdot 1m - \tfrac{1}{2}\,100\,\frac{N}{m}(0{,}8m)^2$$

$$\Rightarrow -1{,}96\ J = 1Kg\cdot v_B^{\,2} + 19{,}6\ J - 32\ J$$

$$\Rightarrow 10{,}44J = 1Kg\cdot v_B^{\,2}$$

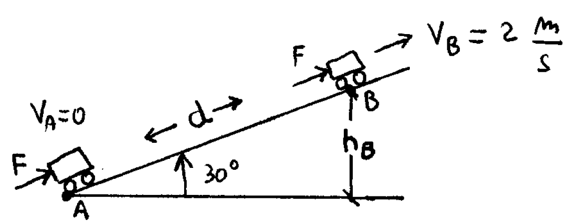
$$\Rightarrow v_B^{\,2} = \frac{10{,}44}{1Kg}\,\frac{Kg\,m^2}{s^2}$$

$$\Rightarrow v_B = 3{,}23\,\frac{m}{s} \quad \longleftarrow$$

Velocidad del tipo en el punto B.

<u>OTRO EJEMPLO CASO ②</u>

Calcular la distancia **d** que el cuerpo recorrió a lo largo del plano inclinado.
Datos: **F** = 10 N ; **m** = 1 Kg .

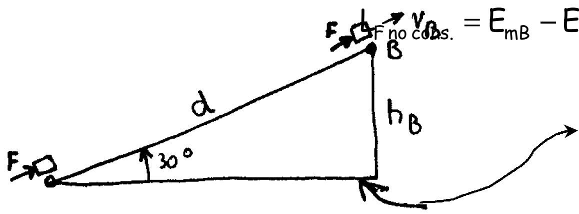


En este problema actúa una fuerza no conservativa que es la fuerza exterior F.
Conclusión: en este problema la energía no se va a conservar.
Planteo entonces que:

$$L_{\text{No cons}} = \Delta E_{mec}$$

Escribiendo el teorema entre los puntos A y B:

$L_{F\ no\ cons.} = E_{mB} - E_{mA}$



NIVEL DE REFERENCIA PARA LA ENERGÍA POTENCIAL.

Escribo el teorema entre los puntos A y B. Me queda :

$$L_{de\ F} = E_{cB} + E_{pB} + \underbrace{\cancel{E_{EB}}}_{\text{No hay resorte}}^{0} - \left(\underbrace{\cancel{E_{cA}}}_{v_A = 0}^{0} + \underbrace{\cancel{E_{pA}}}_{h_A = 0}^{0} + \underbrace{\cancel{E_{EA}}}_{\text{No hay resorte}}^{0} \right)$$

$$\Rightarrow F \cdot d = \tfrac{1}{2} m \cdot v_B{}^2 + m \cdot g \cdot h_B$$

$$\Rightarrow 10N \cdot d = \tfrac{1}{2}\, 1Kg \cdot (2\ m/s)^2 + 1Kg \cdot 9{,}8\ \frac{m}{s^2} \cdot h_B$$

$$\Rightarrow 10\ \frac{Kg\ m}{s^2} \cdot \underline{d} = 2Kg\ \frac{m^2}{s^2} + 9{,}8\ \frac{Kg\ m}{s^2} \cdot \underline{h_B}$$

Esta ecuación tiene 2 incógnitas que son h_B y d. Pero h_B y d están relacionadas por trigonometría. (Por favor recordá este truco porque se usa mucho).

$\longleftarrow$ $d.\,sen\ \alpha = h_B$

Reemplazando:

$$\Rightarrow 10\ \frac{Kg\ m}{s^2} \cdot d = 2Kg\ \frac{m^2}{s^2} + 9{,}8\ \frac{Kg\ m}{s^2} \cdot \left(\overbrace{d\ \underbrace{sen(30^\circ)}_{0{,}5}}^{h_B} \right)$$

$$\Rightarrow 10\ \frac{Kg\ m}{s^2} \cdot d = 2Kg\ \frac{m^2}{s^2} + 4{,}9\ \frac{Kg\ m}{s^2} \cdot d$$

$$\Rightarrow 5{,}1\ \frac{Kg\ m}{s^2} \cdot d = 2Kg\ \frac{m^2}{s^2}$$

$$\Rightarrow \underline{d = 0{,}392m} \quad (\ 39{,}2\ cm\ ) \quad \leftarrow \text{Distancia que recorre el cuerpo.}$$

Dejame hacerte algunas aclaraciones sobre el tema trabajo y energía. Para entender bien todo esto no alcanza con leerlo de acá. Tenés que ponerte y resolver muchos problemas. Es la única manera.

Más adelante vas a ver que en realidad todos los problemas se parecen y que todo el asunto consiste en plantear $E_{m\,f} = E_{m\,0}$ para los problemas caso ① , y
$L_{F\ no\ cons} = E_{m\,f} - E_{m0}$ para los problemas caso ②.

Es más, uno puede considerar que todos lo problemas son caso ②, sólo que en algunos **no hay fuerzas no conservativas** y entonces $L_{F\ no\ cons} = 0$. (Que es lo mismo que decir $E_{mf} = E_{m0}$).

Los casos ② generalmente son más difíciles porque tienen rozamiento o fuerzas raras. Probá empezar con los casos ①, que suelen ser más fáciles.

Pero te repito, el truco para entender este tema es resolver muchos problemas. Hacé los ejercicios de la guía, buscate parciales viejos o cosas por el estilo. Vas a ver que con el tiempo todos los problemas te van a parecer iguales.

Fin de la Teoría de Trabajo y Energía.
Próximo tema: Choque.