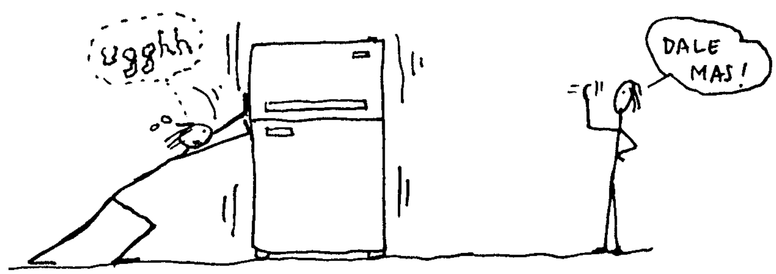
ESTATICA

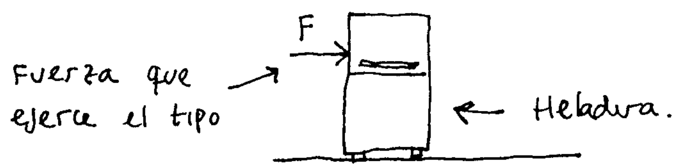
En estática uno suele tener un cuerpo que tiene un montón de fuerzas aplicadas. Resolver un problema de estática quiere decir calcular cuánto vale alguna de esas fuerzas. Entonces primero fijate a qué llamamos **fuerza.**

FUERZA

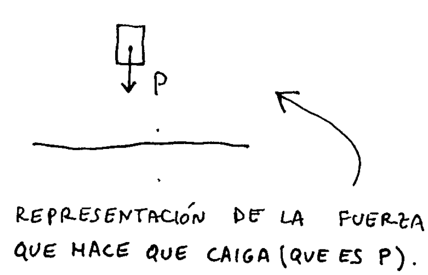
Es la acción que uno ejerce con la mano cuando empuja algo o tira de algo. Por ejemplo:



Si un señor empuja una heladera, al empujarla ejerce una fuerza. Esta fuerza ellos la representan así:

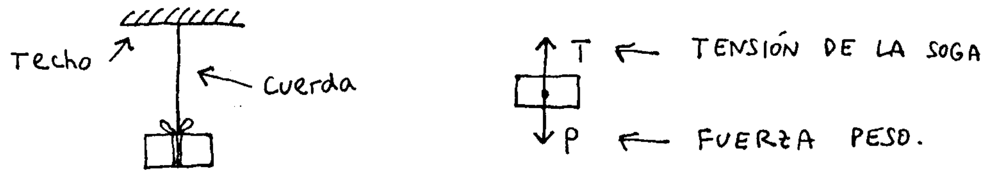


Hay otro tipo de fuerza que siempre aparece en los problemas de estática que es la fuerza **PESO**. La Tierra atrae a las cosas y quiere hacer que caigan. A esta fuerza se la llama peso. Por ejemplo, si yo suelto un ladrillo, cae. En ese caso la fuerza peso está actuando de la siguiente manera:



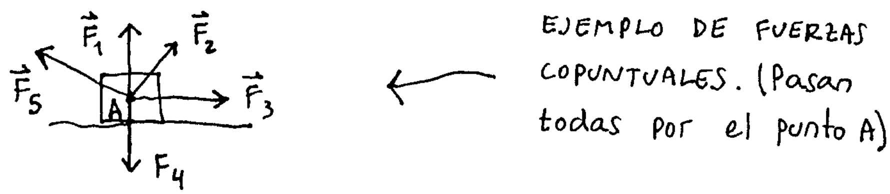
Vamos a este otro caso. Supongamos que cuelgo un ladrillo del techo con una soga. El ladrillo no se cae porque la soga lo sostiene. Ellos dicen entonces que la soga está ejerciendo una fuerza hacia arriba que compensa al peso. A esa fuerza se la llama **tensión.** (Tensión, tensión de la soga, fuerza que hace la cuerda, es lo mismo).

La tensión de la soga se suele representar así:

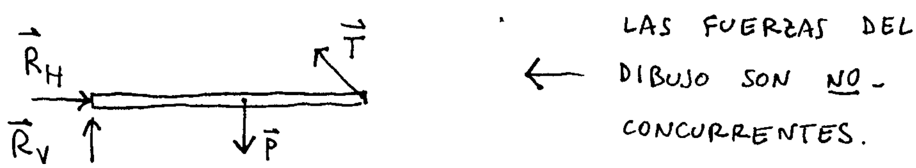


FUERZAS CONCURRENTES (Atento).

Cuando TODAS las fuerzas que actúan sobre un mismo cuerpo PASAN POR UN MISMO PUNTO, se dice que estas fuerzas son concurrentes. (= Que concurren a un mismo punto). A veces también se las llama fuerzas copuntuales.
Lo que tenés que entender es que si las fuerzas son copuntuales vos las podés dibujar a todas saliendo desde el mismo punto.
Por ejemplo, las siguientes fuerzas son concurrentes:



También las fuerzas pueden no pasar por el mismo lugar. En ese caso se dice que las fuerzas son no-concurrentes. Acá tenés un ejemplo:



Los problemas de fuerzas copuntuales son los que se ven primero porque son más fáciles. Después vienen los problemas de fuerzas no-copuntuales que son más difíciles. (Hay que usar momento de una fuerza y todo eso)

SUMA DE FUERZAS - RESULTANTE.

Supongamos que tengo un cuerpo que tiene un montón de fuerzas aplicadas. Lo que estoy buscando es reemplazar a todas las fuerzas por una sola. Esa fuerza ac-

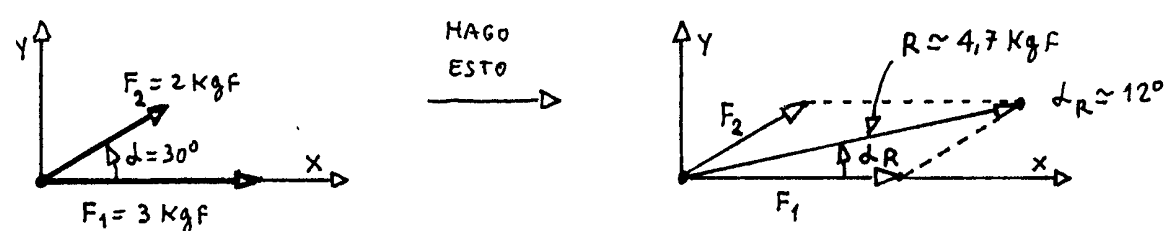
tuando sola tiene que provocar el mismo efecto que todas las otras actuando juntas. Por ejemplo, suponé que un auto se paró. Se ponen a empujarlo 3 personas. Yo podría reemplazar a esas 3 personas por una sola que empujara de la misma manera. Hacer esto es "hallar la resultante del sistema de fuerzas". Concretamente, hallar la resultante quiere decir calcular cuanto vale la suma de todas las fuerzas que actúan.
Atención, las fuerzas no se suman como los números. Se suman como vectores.

A la fuerza resultante de la llama así justamente porque se obtiene como "resultado" de sumar todas las demás.

Hay 2 maneras de calcular la resultante de un sistema de fuerzas: Uno es el método gráfico y el otro es el método analítico. En el método gráfico uno calcula la resultante haciendo un dibujito y midiendo con una regla sobre el dibujito. En el método analítico uno calcula la resultante en forma teórica haciendo cuentas.

<u>SUMA DE FUERZAS GRAFICAMENTE</u> – <u>METODO DEL PARALELOGRAMO.</u>

Este método se usa solo cuando tengo 2 fuerzas. Lo que se hace es calcular la diagonal del paralelogramo formado por las 2 fuerzas.
Por ejemplo, fijate como lo uso para calcular gráficamente la resultante de estas dos fuerzas F_1 y F_2 de 2 kgf y 3 kgf que forman un ángulo de 30 grados:



Ojo, como las fuerzas son vectores, hallar la resultante significa decir cuál es su módulo y cuál es el ángulo que forma con el eje x. Si estoy trabajando gráficamente, mido el ángulo y el módulo directamente en el gráfico. El módulo lo mido con una regla y el ángulo con un transportador.

<u>METODO DEL POLIGONO DE FUERZAS.</u>

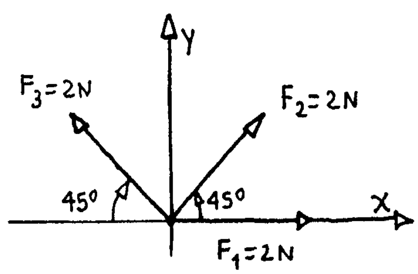
Si me dan <u>más</u> de 2 fuerzas, puedo calcular la resultante usando el método del polígono de fuerzas. Este método se usa poco porque es medio pesado. Igual conviene saberlo porque en algún caso se puede llegar a usar. Lo que se hace es lo siguiente:

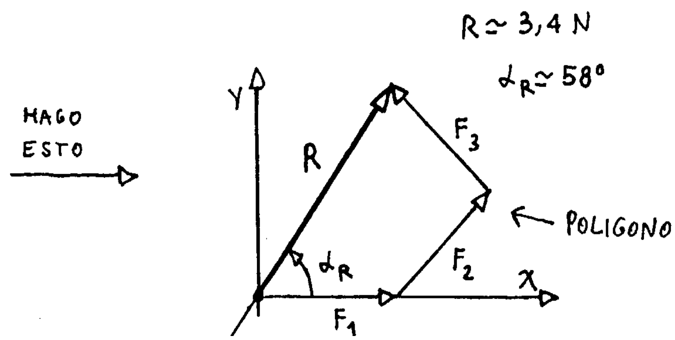
1 - Se va poniendo una fuerza a continuación de la otra formando un polígono.
2 – Se une el origen de la primera fuerza con la punta de la última.
3 – Este último vector es la resultante del sistema.

NOTA: Si el polígono da cerrado es porque el sistema está en equilibrio. (Es decir, la resultante vale cero, o lo que es lo mismo, no hay resultante).

Fijate ahora. Voy a calcular la resultante de algunas fuerzas usando el método del polígono.

EJEMPLO: Hallar la resultante del sistema de fuerzas F_1, F_2 y F_3 .

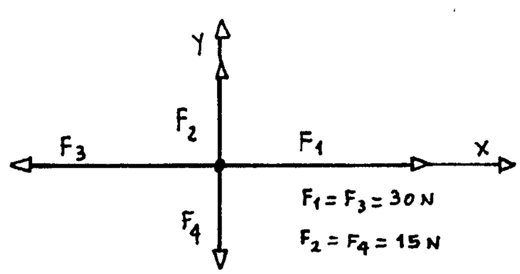


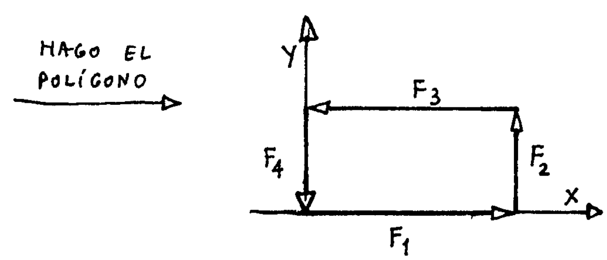


Acá el valor de R es aproximadamente de 3,4 N y alfa $_R$ aproximadamente 58° .
Los medí directamente del gráfico.

Vamos a otro ejemplo con el método del polígono.

EJEMPLO: Hallar la resultante de las fuerzas F_1, F_2 , F_3 y F_4.





En este caso el polígono dio cerrado. La resultante es cero. Todas las fuerzas se compensan entre sí y es como si no hubiera ninguna fuerza aplicada.

NOTA: la deducción del método del polígono de fuerzas sale de aplicar sucesivamente la regla del paralelogramo.

Para que entiendas el tema que sigue necesito que sepas trigonometría. Entonces va un pequeño repaso. Título:

TRIGONOMETRÍA

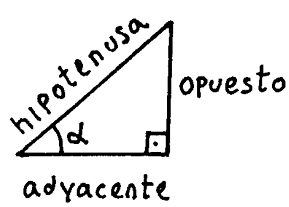
FUNCIONES SENO, COSENO y TANGENTE de un ÁNGULO

La palabra trigonometría significa medición de triángulos. A grandes rasgos la idea es poder calcular cuánto vale el lado de un triángulo sin tener que ir a medirlo con una regla. Todo lo que pongo acá sirve solo cuando uno tiene un triángulo que tiene un ángulo de 90° (rectángulo).

El asunto es así: Los tipos inventaron unas cosas que se llaman funciones trigonométricas que se usan todo el tiempo en matemática y en física.

Para cualquier triángulo que tenga un ángulo de 90° (rectángulo) ellos definen las siguientes funciones :

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{\text{op.}}{\text{hip.}} \quad , \cos\alpha = \frac{\text{ady.}}{\text{hip.}} \quad , \text{tg}\,\alpha = \frac{\text{op.}}{\text{ady.}}$$



Estas funciones trigonométricas lo que hacen es decir cuántas veces entra un lado del triángulo en el otro para un determinado ángulo alfa.

Por ejemplo, si uno dice que el seno 30° = 0,5 , lo que está diciendo es que lo que mide en cm el cateto opuesto dividido lo que mide en cm la hipotenusa da 0,5. Esto significa que la hipotenusa entra media vez en el cateto opuesto.

Lo interesante de este asunto es que el valor que tomen las funciones trigonométricas seno de alfa, coseno de alfa y tg de alfa **NO** dependen de qué tan grande uno dibuje el triángulo en su hoja. Si el triángulo es rectángulo y el ángulo alfa es 30°, el seno de alfa valdrá 0,5 siempre. (siempre).

Cada vez que uno necesita saber el valor de sen alfa o cos α se lo pregunta a la calculadora y listo. Ojo, la máquina tiene que estar siempre en grados (DEG). También si bien uno tiene la calculadora, conviene saber los principales valores de memoria. Va acá una tablita que te puede ayudar :

	0°	30°	45°	60°	90°
sen α	$\frac{\sqrt{0}}{2} = 0$	$\frac{\sqrt{1}}{2} = 0,5$	$\frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707$	$\frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866$	$\frac{\sqrt{4}}{2} = 1$
cos α	$\frac{\sqrt{4}}{2} = 1$	$\frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866$	$\frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707$	$\frac{\sqrt{1}}{2} = 0,5$	$\frac{\sqrt{0}}{2} = 0$
tg α	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞

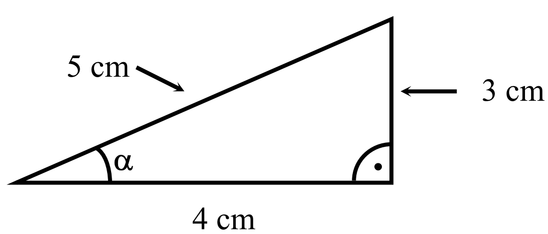
Ejemplo: Calcular el valor de las funciones trigonométricas para un triángulo rectángulo de lados 3 cm, 4 cm y 5 cm.

Escribo la expresión de sen α, cos α y tg α

$$\boxed{\text{sen}\,\alpha = \frac{\text{op}}{\text{hip}} \;;\; \cos\alpha = \frac{\text{ady}}{\text{hip}} \;;\; \text{tg}\,\alpha = \frac{\text{op}}{\text{ady}}}$$

⇦ FUNCIONES TRIGONOMETRICAS

Dibujo el triangulo de lados 3, 4 y 5.



Para calcular los valores de seno, coseno y tangente de alfa, hago las cuentas.

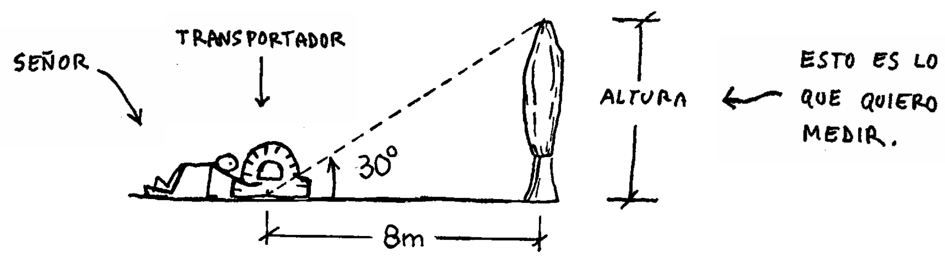
$$\text{sen}\,\alpha = \frac{\text{opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{3\,\text{cm}}{5\,\text{cm}} = 0{,}6$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{4\,\text{cm}}{5\,\text{cm}} = 0{,}8$$

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}} = \frac{3\,\text{cm}}{4\,\text{cm}} = 0{,}75$$

Es un poco largo de explicar la millones de cosas que se pueden hacer usando las funciones trigonométricas. Puedo darte un ejemplo:

Suponé que vos querés saber la altura de un árbol pero no tenés ganas de subirte hasta la punta para averiguarlo. Lo que se podría hacer entonces es esto: Primero te parás en un lugar cualquiera y medís la distancia al árbol. Suponé que te da 8 m. Después con un buen transportador medís al ángulo que hay hasta la punta del árbol. (Alfa). Suponé que te da 30°. Esquemáticamente sería algo así:



Ahora, usando la fórmula de tangente de un ángulo: $\operatorname{tg}\ \alpha = \dfrac{\text{op}}{\text{ady}}$. Entonces:

$$\operatorname{tg} 30° = \frac{\text{Altura del árbol}}{8\text{m}}$$

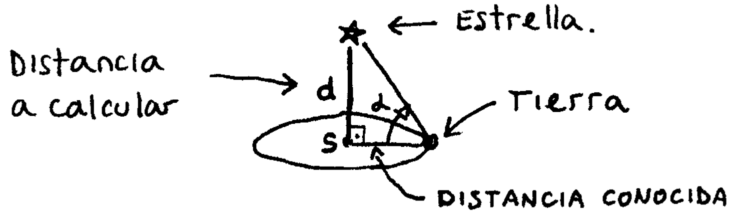
$$\Rightarrow \textit{Altura} = 8\,m \cdot \overbrace{\operatorname{tg} 30}^{0{,}577}$$

$$\Rightarrow \underline{\text{Altura} = 4{,}61\,\text{m}} \qquad \leftarrow \quad \text{Altura del árbol.}$$

De esta manera se pueden calcular distancias en forma teórica. Cuando digo " en forma teórica " quiero decir, sin tener que subirse al árbol para medirlo.
Si uno quiere, puede dibujar el triángulo en escala en una hoja y medir todo con una regla. Se puede hacer eso pero es mucho lío y no da exacto.

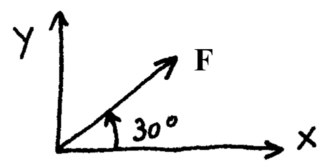
Es más hay veces que hay distancias difíciles de medir. Por más que uno quiera, no puede ir hasta ahí y medirla. En esos casos, la única manera de calcular esa distancia es usar trigonometría.

Por ejemplo acá te pongo un caso de esos: la distancia a una estrella...
Te recuerdo que conocer la distancia a las estrellas fue el sueño de la humanidad durante muchos miles de años. ¿ Cómo harías para medir la distancia a una estrella ? Pensalo. A ver si este dibujito te ayuda un poco.

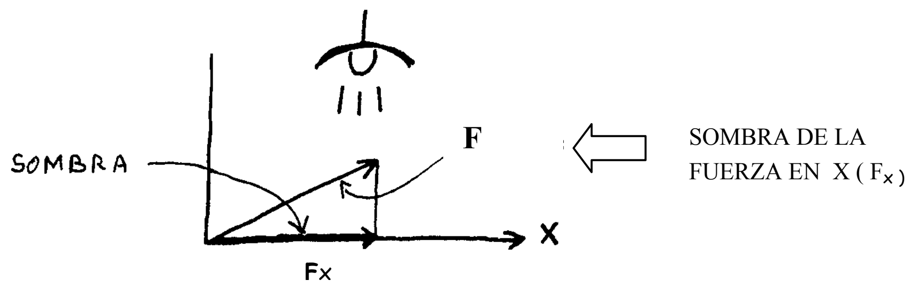


PROYECCIÓNES DE UNA FUERZA

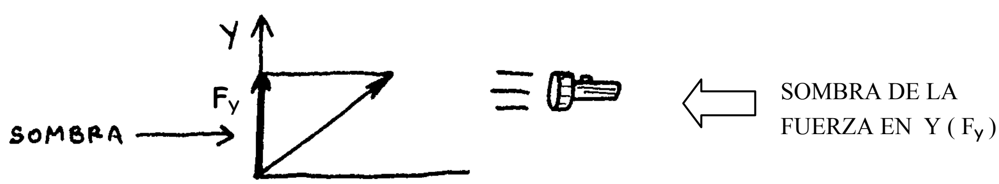
Suponé que me dan una fuerza inclinada un ángulo alfa. Por ejemplo esta:



Hallar la proyección de la fuerza sobre el eje **x** significa ver cuánto mide la sombra de esa fuerza sobre ese eje. Es decir, lo que quiero saber es esto:



Hallar la proyección sobre el eje **y** es la misma historia:

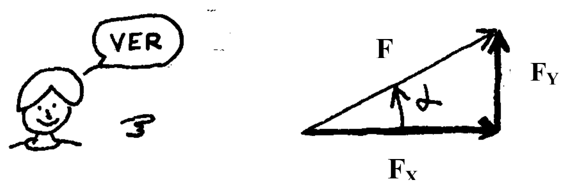


Para saber cuánto mide la proyección de una fuerza sobre un eje, en vez de andar midiendo sombras se usa la trigonometría. Fijate :

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{op}{hip} \Rightarrow op = hip \cdot \operatorname{sen}\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{ady}{hip} \Rightarrow ady = hip \cdot \cos\alpha$$

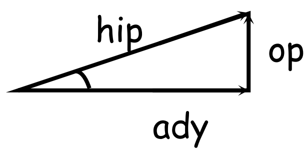
Es decir, si tengo una fuerza F, las proyecciones F_x y F_y van a ser:



$$F_x = F.\cos\alpha$$
$$F_Y = F.\text{ sen }\alpha$$

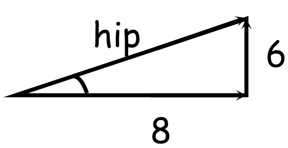
PITÁGORAS

El teorema de Pitágoras sirve para saber cuánto vale la hipotenusa de un triángulo rectángulo sabiendo cuánto valen los 2 catetos. Si tengo un triángulo rectángulo se cumple que:



$$\boxed{hip^2 = ady^2 + op^2}$$ ⟸ **TEOREMA DE PITAGORAS**

Ejemplo: Tengo un triángulo de lados 6 cm y 8 cm. ¿ Cuánto mide su hipotenusa ?



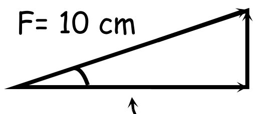
Rta.: $hip^2 = (6\text{ cm})^2 + (8\text{ cm})^2$

$h^2 = 100\text{ cm}^2$

$\underline{h = 10\text{ cm}}$

Ejemplo: **Hallar las proyecciones en equis y en Y para una fuerza de 10 Newton que forma un ángulo de 30 grados con el eje X.**

Tomando las cosas en escala, tengo un vector de 10 cm con alfa = 30°.
Es decir, algo así :



$$F_y = 10\,\mathrm{cm} \cdot \overbrace{\mathrm{sen}\ 30^\circ}^{0{,}5} = 5\,\mathrm{cm}$$

$$F_x = 10\,cm \cdot \underbrace{\cos 30^\circ}_{0{,}866} = 8{,}66\,cm$$

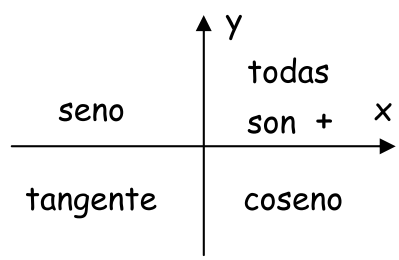
Entonces la proyección sobre el eje X mide 8,66 cm y la proyección sobre el eje Y mide 5 cm . Conclusión: F_X = 8,66 Newton y F_Y = 5 Newton.
Probá componer estas 2 proyecciones por Pitágoras y verificá que se obtiene de nuevo la fuerza original de 10 N.

Aprendete este procedimiento para hallar las proyecciones de una fuerza. Se usa mucho. Y no sólo acá en estática. También se usa en cinemática, en dinámica y después en trabajo y energía. Es más, te diría que conviene memorizar las formulitas $F_x = F. \cos\alpha$ y $F_y = F. \mathrm{sen}\,\alpha$.

Es fácil : La F_y es F por seno y la F_x es F por coseno. Atención, esto vale siempre que el ángulo que estés tomando sea el que forma la fuerza con el eje X.

Van unos últimos comentarios sobre trigonometría:

- Las funciones trigonométricas sen α , cos α y tg α pueden tener signo (+) o (-). Eso depende de en qué cuadrante esté el ángulo alfa . Fijate:



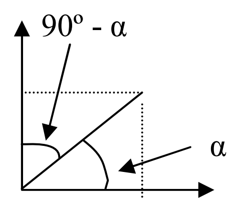
SIGNO POSITIVO DE LAS FUNCIONES SENO COSENO Y TANGENTE SEGÚN EL CUADRANTE .(RECORDAR)

- Te paso unas relaciones trigonométricas que pueden serte útiles en algún problema. Para cualquier ángulo alfa se cumple que :

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\mathrm{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}$$

Además : $\mathrm{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

Y también: $\cos\alpha = \mathrm{sen}\,(90^\circ - \alpha)$



(ej: cos 30º = sen 60º)

FIN RESUMEN DE TRIGONOMETRIA

Hasta ahora todo lo que puse fueron cosas de matemática. Tuve que hacerlo para que pudieras entender lo que viene ahora. Título :

SUMA DE FUERZAS ANALITICAMENTE

Lo que se hace para hallar la resultante en forma analítica es lo siguiente :

1 – Tomo un par de ejes x – y con el origen puesto en el punto por el que pasan todas las fuerzas.

2 – Descompongo cada fuerza en 2 componentes. Una sobre el eje x (Fx) y otra sobre el eje y (Fy).

3 – Hallo la suma de todas las proyecciones en el eje x y en el eje y

Es decir, lo que estoy haciendo es calcular el valor de la resultante en x (Rx) y el valor de la resultante en y (Ry).
Este asunto es bastante importante y ellos suelen ponerlo de esta manera :

$$\boxed{\begin{array}{lll} R_x = \Sigma F_x & \leftarrow & \text{SUMATORIA EN } \mathbf{x} \\ R_y = \Sigma F_y & \leftarrow & \text{SUMATORIA EN } \mathbf{y} \end{array}}$$

← RESULTANTES EN X y en Y.

Esto se lee así : La resultante en la dirección **x** (horizontal) es la sumatoria de todas las fuerzas en la dirección x. La resultante en la dirección **y** (vertical) es la sumatoria de todas las fuerzas en la dirección **y**.

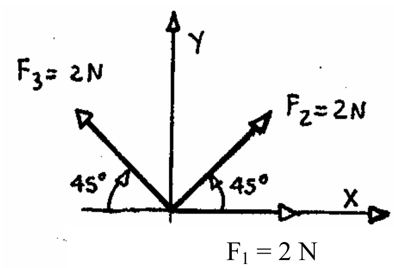
4 – Componiendo R_x con R_y por Pitágoras hallo el valor de la resultante.

$$\boxed{R^2 = R_x^{\,2} + R_y^{\,2}} \quad \leftarrow \textbf{PITAGORAS}$$

Haciendo la cuenta $tg\ \alpha_R = R_y / R_x$ puedo calcular el ángulo alfa que forma la resultante con el eje X. Vamos a un ejemplo:

EJEMPLO

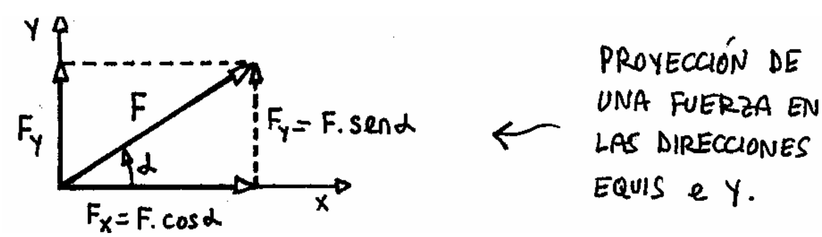
Hallar analíticamente la resultante del siguiente sistema defuerzas concurrentes calculando R y α_R .



Para resolver el problema lo que hago es plantear la sumatoria de las fuerzas en la dirección x y la sumatoria de las fuerzas en la dirección y . O sea:

$$R_x = \sum F_x \qquad y \qquad R_y = \sum F_y$$

Calculo ahora el valor de R_x y R_y proyectando cada fuerza sobre el eje **x** y sobre el eje **y**. Si mirás las fórmulas de trigonometría te vas a dar cuenta de que la componente de la fuerza en la dirección **x** será siempre $F_x = F.\cos\alpha$ y la componente en dirección y es $F_y = F.\text{sen}\ \alpha$. (α es el ángulo que la fuerza forma con el eje **x**).



Entonces:

$$R_x = \sum F_x = F_1 .\cos\alpha_1 + F_2 .\cos\alpha_2 + F_3 .\cos\alpha_3$$

$$\Rightarrow R_x = 2\ N .\cos 0° + 2\ N .\cos 45° - 2\ N .\cos 45\ °$$

Fijate que la proyección de F_3 sobre el eje **x** va así ← y es **negativa**.
Haciendo la suma:

$$\boxed{R_x = 2\ N} \longleftarrow \text{Resultante en x}$$

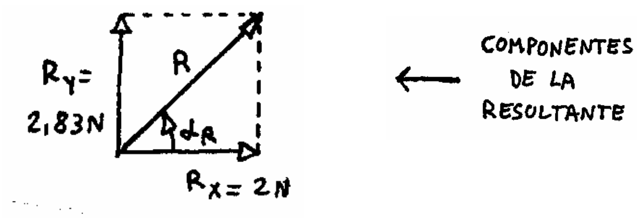
Haciendo lo mismo para el eje y:

$$R_y = \sum F_y = F_1 .\ \text{sen}\ \alpha_1 + F_2 .\ \text{sen}\ \alpha_2 + F_3 .\ \text{sen}\ \alpha_3$$

$$\Rightarrow R_y = 2\ N .\ \text{sen}\ 0° + 2\ N .\ \text{sen}\ 45° + 2\ N .\ \text{sen}\ 45°$$

$$\boxed{R_y = 2{,}828\ N} \longleftarrow \text{Resultante en y}$$

O sea que lo que tengo es esto:



Aplicando Pitágoras:

$$R = \sqrt{(2\ N)^2 + (2{,}828\ N)^2}$$

$\boxed{R = 3{,}46\ N}$ ⟵ Resultante

Otra vez por trigonometría: $\operatorname{tg} \alpha_R = R_y / R_x \Rightarrow \quad \operatorname{tg} \alpha_R = \dfrac{2{,}82N}{2N}$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \alpha_R = 1{,}414 \Rightarrow$$

$\boxed{\alpha_R = 54{,}73°}$ ⇦ Angulo que forma R con el eje x

Para poder calcular α_R conociendo tg α_R usé la función arc. tg de la calculadora .

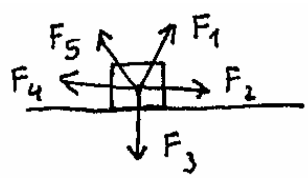
Se pone : $\boxed{1}\ \boxed{\cdot}\ \boxed{4}\ \boxed{1}\ \boxed{\text{SHIFT}}\ \boxed{\textbf{TAN}}$

<u>Nota</u>: a veces en algunos problemas piden calcular la equilibrante. La fuerza equilibrante vale lo mismo que la resultante pero apunta para el otro lado. Para el problema anterior la equilibrante valdría 3,46 N y formaría un ángulo :

$$\alpha_E = 54{,}73° + 180° = 234{,}73°$$

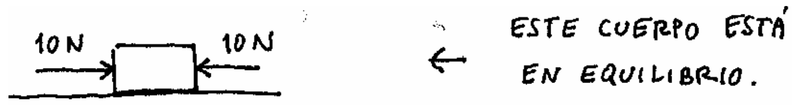
<u>EQUILIBRIO</u> (Importante)

Supongamos que tengo un cuerpo que tiene un montón de fuerzas aplicadas que pasan por un mismo punto (concurrentes).

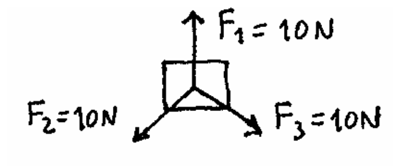


Ellos dicen que el cuerpo estará en equilibrio si la acción de estas fuerzas se compensa de manera tal que es como si no actuara ninguna fuerza sobre el cuerpo.

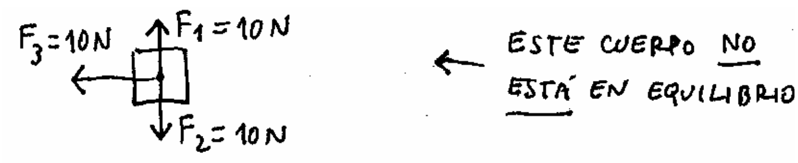
Por ejemplo:



Este otro cuerpo también está en equilibrio:



Vamos al caso de un cuerpo que no está en equilibrio:



Es decir, F_1 y F_2 se compensan entre sí, pero a F_3 no la compensa nadie y el cuerpo se va a empezar a mover para allá ←

Todos los cuerpos que veas en los problemas de estática van a estar quietos.
Eso pasa porque las fuerzas que actúan sobre el tipo se compensan mutuamente y el coso no se mueve.
Sin hilar fino, digamos un cuerpo esta en equilibrio si está quieto. En estática siempre vamos a trabajar con cuerpos que estén quietos. De ahí justamente viene el nombre de todo este tema. (Estático: que está quieto, que no se mueve).

Pero ahora viene lo importante. Desde el punto de vista físico, ellos dicen que :

UN CUERPO ESTÁ EN EQUILIBRIO SI LA SUMA DE TODAS LAS FUERZAS QUE ACTÚAN SOBRE ÉL VALE <u>CERO</u>.

Otra manera de decir lo mismo es decir que <u>**si un sistema de fuerzas copuntuales está en equilibrio, su resultante tiene que ser cero**</u>. Es decir, no hay fuerza neta aplicada. La manera matemática de escribir esto es:

$$\boxed{\sum F = 0}$$

condición de equilibrio para un sistema de fuerzas concurrentes

Esta fórmula se lee: la suma de todas las fuerzas que actúan tiene que ser cero . Esta es una ecuación vectorial. Cuando uno la usa para resolver los problemas tiene que ponerla en forma de 2 ecuaciones de proyección sobre cada uno de los ejes. Estas ecuaciones son (atento):

Condición de equilibrio para un sistema de fuerzas concurrentes (ec. de proyección)	$\boxed{\sum F_x = 0}$	⇦	Condición de equilibrio para el eje horizontal.
	$\boxed{\sum F_y = 0}$	⇦	Condición de equilibrio para el eje vertical.

No te preocupes por estas fórmulas. Ya lo vas a entender mejor una vez que resuelvas algunos problemas. Ahora van unos comentarios importantes.

ACLARACIONES:

- Para hallar analíticamente la resultante de dos fuerzas se puede usar también el teorema del coseno. No conviene usarlo, es fácil confundirse al tratar de buscar el ángulo alfa que figura en la fórmula.

- Por favor, fijate que las condiciones de equilibrio $\sum F_x = 0$ y $\sum F_y = 0$ garantizan que el sistema esté en equilibrio solo en el caso en de que TODAS LAS FUERZAS PASEN POR UN MISMO PUNTO.
  (Esto no es fácil de ver. Lo vas a entender mejor más adelante cuando veas el concepto de momento de una fuerza).

FUERZAS NO COPUNTUALES (Atento)

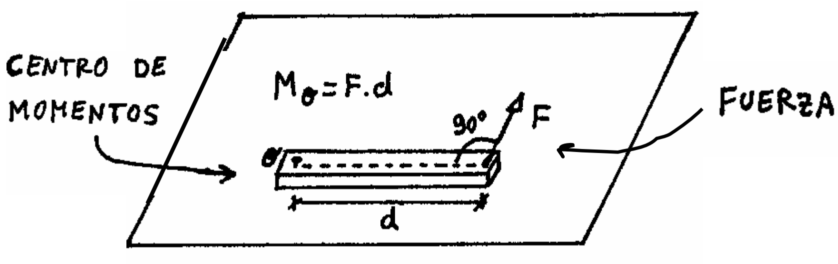
Para resolver cualquier problema de estática en donde las fuerzas pasaban todas por un mismo punto había que plantear 2 ecuaciones. Estas ecuaciones eran la sumatoria de las fuerzas en dirección **x** y la sumatoria de fuerzas en dirección **y**.

Si ahora las fuerzas no pasan por el mismo punto (es decir, son NO CONCURRENTES) va a haber que plantear otra ecuación que es la ecuación del momento de las fuerzas. Entonces, título:

MOMENTO DE UNA FUERZA

Para resolver el asunto de fuerzas que no pasan por un mismo punto se inventa una cosa que se llama momento de una fuerza. Ellos definen el momento de una fuerza con respecto a un punto ó como:

$\boxed{M_{ó} = F \cdot d}$ ⇦ Momento de una fuerza con respecto al punto ó.



La distancia que va del punto a la fuerza se llama <u>d</u> y F es la componente de la fuerza en forma perpendicular a <u>d</u> (ojo con esto). Si la fuerza está inclinada como en el dibujo de acá abajo, el momento de la fuerza con respecto a <u>O</u> vale $Mo = F_y \cdot d$ (F_y es la componente de la fuerza perpendicular a d).

<u>SIGNO (+) O (-) DEL MOMENTO DE UNA FUERZA</u> (Ver)

Una fuerza aplicada a un cuerpo puede hacerlo girar en sentido de las agujas del reloj o al revés. Quiero decir esto: Como hay 2 sentidos de giro posibles, uno de los dos tendrá que ser positivo y el otro negativo.
Para decidir cuál es positivo y cual es negativo hay varias convenciones. Una de las convenciones dice así: " el momento de la fuerza será positivo cuando haga girar al cuerpo en sentido <u>contrario</u> al de las agujas del reloj ".

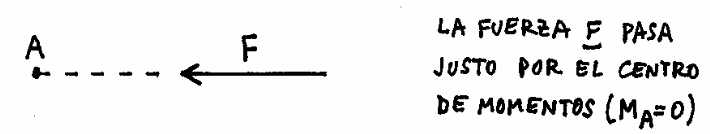
Otra convención, dice: " el momento será (+) cuando la fuerza en cuestión haga girar al cuerpo en <u>el mismo sentido</u> que las agujas del reloj ".

Pero la convención que más se suele usar, es esta: Antes de empezar el problema uno marca en la hoja el sentido de giro que elige como positivo poniendo esto: ↺(+) (giro horario positivo) o esto: ↻ (+) (giro antihorario positivo).

Esta última convención es la que suelo usar yo para resolver los problemas. Creo que es la mejor porque uno puede elegir qué sentido de giro es positivo para cada problema en particular.
¿ Y cuál es la ventaja ?
Rta: La ventaja es que si en un ejercicio la mayoría de las fuerzas tienen un determinado sentido de giro, elijo como positivo ese sentido de giro para ese problema y listo.
Si hago al revés, no pasa nada, pero me van a empezar a aparecer un montón de signos negativos. (= Molestan y me puedo equivocar)

¿ Puede el momento de una fuerza ser cero ?

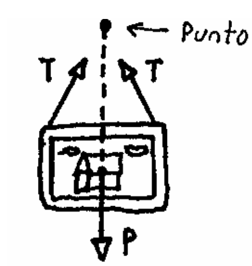
Puede. Para que M (= F . d) sea cero, tendrá que ser cero la fuerza o tendrá que ser cero la distancia. Si F = 0 no hay momento porque no hay fuerza aplicada. Si d es igual a cero, quiere decir que la fuerza pasa por el centro de momentos.



Quiero que veas ahora una cuestión importante que es la siguiente: ¿ qué tiene que pasar para que un sistema de fuerzas que no pasan por el mismo punto esté en equilibrio ?

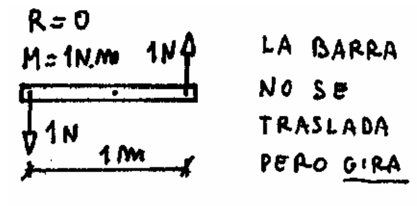
CONDICIÓN DE EQUILIBRIO PARA FUERZAS NO CONCURRENTES (OJO)

Supongamos el caso de un cuerpo que tiene aplicadas fuerzas que pasan todas por un punto. Por ejemplo, un cuadro colgado de una pared.



Para estos casos, yo decía que la condición para que el tipo estuviera en equilibrio era que la suma de todas las fuerzas que actuaban fuera cero. O sea, que el sistema tuviera resultante nula.
Esto se escribía en forma matemática poniendo que $\sum F_x = 0$ y $\sum F_y = 0$.
Muy bien, pero el asunto de que **R** fuera cero, sólo garantizaba que el cuerpo no se trasladara .

Ahora, si las fuerzas <u>NO PASAN POR UN MISMO PUNTO</u> , puede ser que la resultante sea cero y que el cuerpo no se traslade. Pero el cuerpo podría estar girando. Mirá el dibujito.



CUPLA
(O PAR)

En este dibujito, la resultante es **<u>cero</u>**, sin embargo la barra está girando. Esto es lo que se llama CUPLA (o par). Una cupla son 2 fuerzas iguales y de sentido contrario separadas una distancia <u>d</u>. La resultante de estas fuerzas es cero, pero su momento <u>NO</u>. Al actuar una cupla sobre un cuerpo, el objeto gira pero no se traslada.

El responsable de la rotación es el momento de las fuerzas que actúan. Por eso es que cuando las fuerzas no pasan por un mismo punto, hay que agregar una nueva condición de equilibrio. Esta condición es <u>que el momento total que actúa sobre el cuerpo debe ser **CERO**</u>. La ecuación es $\sum M_{ó} = 0$. Se llama ecuación de momentos. Al igualar la suma de los momentos a cero una garantiza el equilibrio de rotación. Es decir, que la barra no esté girando.

ENTONCES:

PARA QUE ESTÉ EN EQUILIBRIO UN CUERPO QUE TIENE UN MONTÓN DE FUERZAS APLICADAS QUE NO PASAN POR UN MISMO PUNTO, DEBE CUMPLIRSE QUE :

$\sum F_x = 0$	Garantiza que no hay traslación en x.
$\sum F_y = 0$	Garantiza que no hay traslación en y.
$\sum M_{ó} = 0$	Garantiza que no hay rotación.

VER

<u>CONCLUSIÓN</u> (LEER)

Para resolver los problemas de estática en donde las fuerzas <u>NO</u> pasan por un mismo punto hay que plantear tres ecuaciones.
Estas ecuaciones van a ser dos de proyección ($\sum F_x$ y $\sum F_y$) y una de momentos ($\sum M_{ó} = 0$). Resolviendo las ecuaciones que me quedan, calculo lo que me piden.

ACLARACIONES:

- Recordar que el sentido positivo para los momentos lo elige uno.

- Siempre conviene tomar momentos respecto de un punto que anule alguna incógnita. Generalmente ese punto es el apoyo.

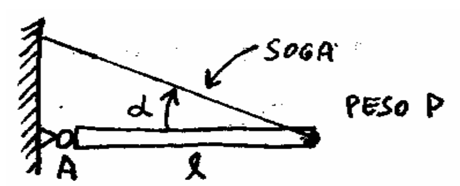
- No siempre va a haber que usar las tres ecuaciones para resolver el problema. Depende de lo que pidan. Muchas veces se puede resolver el problema usando sólo la ecuación de momentos.

* Para resolver un problema no necesariamente uno está obligado a plantear $\sum F_x$, $\sum F_y$. A veces se pueden tomar dos ecuaciones de momento referidas a puntos distintos. (Por ejemplo, los 2 apoyos de una barra).

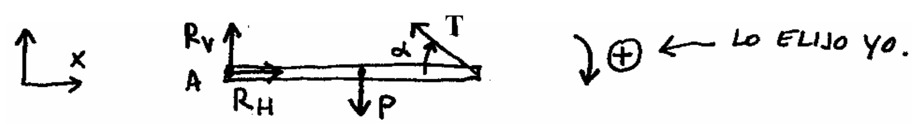
EJEMPLO

Una barra de longitud 2 m y 100 Kg de peso está sostenida por una soga que forma un ángulo alfa de 30° como indica la figura. Calcular la tensión de la cuerda y el valor de las reacciones en el apoyo A.Suponer que el peso de la barra está aplicado en el centro de la misma.

α = 30°
P = 100 kgf
L = 2 m



Bueno, primero hago un esquema de la barra poniendo todas las fuerzas que actúan:

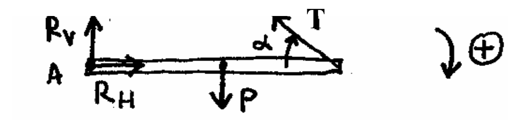


Puse el par de ejes x – y . El sentido de giro lo tomé positivo en sentido de las agujas del reloj .

Planteo las tres condiciones de equilibrio : $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$, $\sum M_o = 0$. El centro de momentos (punto O) puede ser cualquier punto. En general conviene elegirlo de manera que anule alguna incógnita. En este caso me conviene tomar el punto A.

$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad R_h - T_c \,.\, \cos\alpha \;= 0$

$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad R_v + T_c \,.\, \text{sen}\,\alpha - P = 0$



$\sum M_A = 0 \quad \Rightarrow \quad P \,.\, L/2 \;-\; T_c \,.\, \text{sen}\,\alpha \,.\, L \;= 0$

Reemplazando por los datos:

$$\begin{cases} R_h - T_c \,.\, \cos 30 = 0 \\ R_v + T_c \,.\, \text{sen}\,30 - 100 \text{ kgf} = 0 \\ 100 \text{ kgf} \,.\, 2\text{m} / 2 - T_c \,.\, \text{sen}\,30 \,.\, 2 \text{ m} \;= 0 \end{cases}$$

De la última ecuación despejo T_C :

$$\boxed{T_C = 100 \text{ kgf}}$$

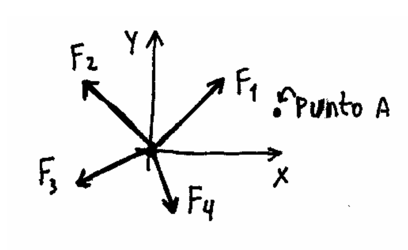
Reemplazando T_C en las otras ecuaciones calculo las reacciones horizontal y vertical en el punto A :

$$\boxed{\begin{array}{l} R_{HA} = 86{,}6 \text{ kgf} \\ R_{VA} = 50 \text{ kgf} \end{array}}$$

TEOREMA DE VARIGNON

El teorema de Varignon dice que el momento de la resultante es igual a la suma de los momentos de las fuerzas.

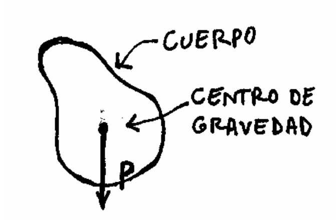
Vamos a ver qué significa esto. Fijate. Suponete que tengo un sistema de varias fuerzas que actúan. Calculo la resultante de ese sistema y obtengo una fuerza R.



Lo que dice el teorema es esto: supongamos que yo sumo el momento de todas las fuerzas respecto al punto A y me da 10 kgf.m (por ejemplo). Si yo calculo el momento de la resultante respecto de A, también me va a dar 10 kgf.m. Eso es todo.

CENTRO DE GRAVEDAD DE UN CUERPO

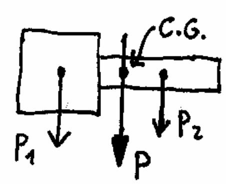
El centro de gravedad de un cuerpo es el lugar donde está aplicada la fuerza peso.



Si el cuerpo es simétrico, el C.G. va a coincidir con el centro geométrico del cuerpo. Por ejemplo para un cuadrado o para un círculo, el C.G. va a estar justo en el centro de la figura.

¿ Como se halla el centro de gravedad de un cuerpo ? (A veces toman esto).

Rta: Bueno, es así: Si la figura está compuesta por varias figuras simétricas, se calcula el peso de cada una de las figuras y se lo coloca en el centro geométrico de esa figura.



El peso de cada figura es proporcional a la superficie de esa figura. Después uno saca la resultante de todos esos pesos parciales. El centro de gravedad es el lugar por donde pasa la resultante de todos esos parciales.

FIN TEORIA DE ESTATICA